

THESE

présentée

devant l'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD

pour obtenir

le grade DE DOCTEUR ES - SCIENCES PHYSIQUES

par

Jean DELORME

* * * *

SUR UNE METHODE GLOBALE DE TRAITEMENT
DES COURANTS NUCLEAIRES

Soutenue le 14 Février 1972

devant la Commission d'Examen

JURY :

M. A. Sarazin Président

Mme M. Ericson	}	Examineurs
MM. G. Philbert		
J. Prentki		
M. Rho		
D.H. Wilkinson		

THESE

présentée

devant l'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD

pour obtenir

le grade DE DOCTEUR ES - SCIENCES PHYSIQUES

par

Jean DELORME

* * * *

SUR UNE METHODE GLOBALE DE TRAITEMENT DES COURANTS NUCLEAIRES

Soutenue le 14 Février 1972

devant la Commission d'Examen

JURY :

M. A. Sarazin Président

Mme M. Ericson	}	Examineurs
MM. G. Philbert		
J. Prentki		
M. Rho		
D.H. Wilkinson		



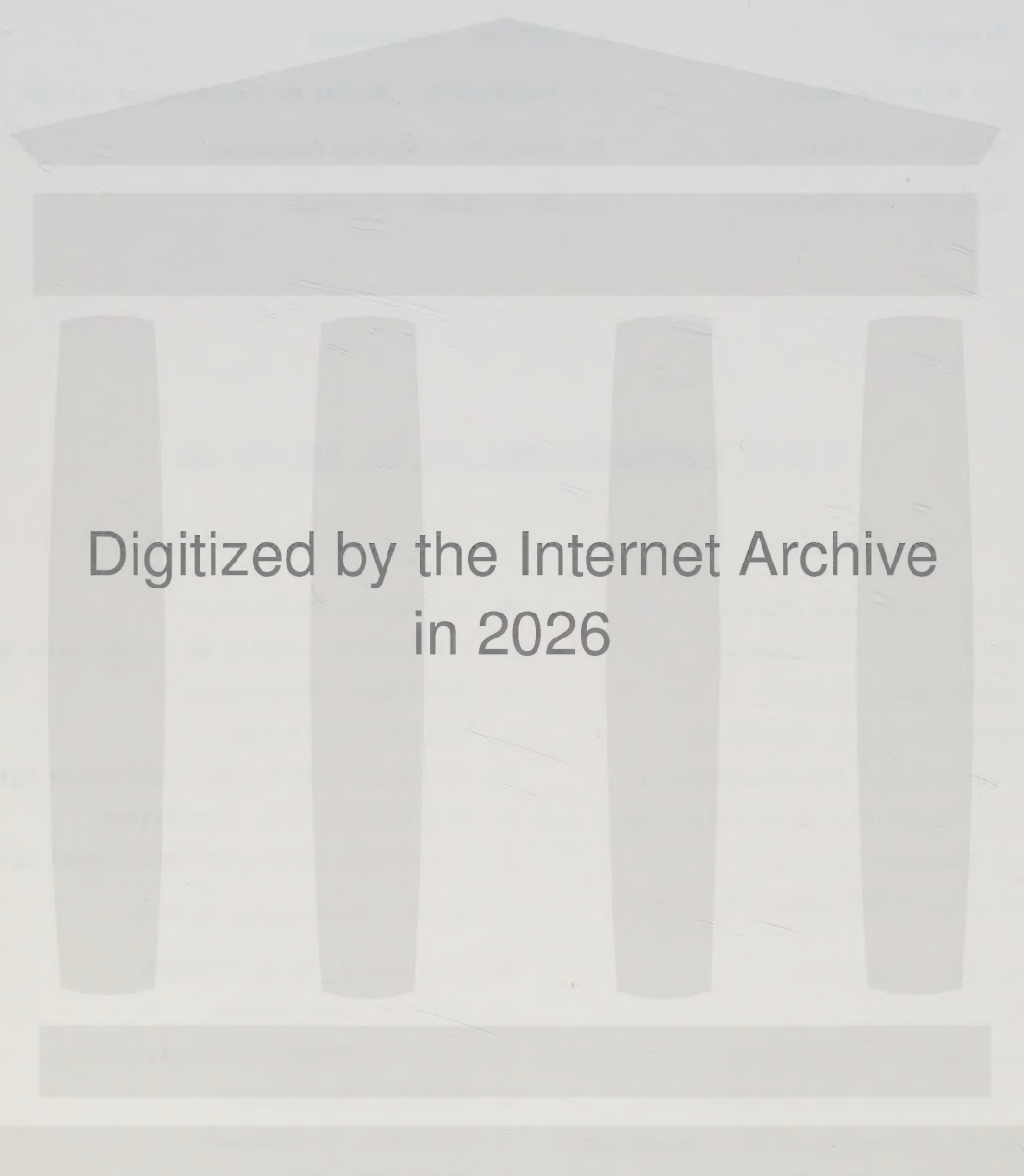
UNIVERSITE CLAUDE BERNARD de LYON

Président :	J. BOLDIN, Professeur
1er Vice-Président :	R. TOURAINE, Maître de Conférences agrégé
2ème Vice-Président :	P. PONCET, Maître-Assistant
3ème Vice-Président :	D. SETTELEN, Etudiant

UNITES D'ENSEIGNEMENT ET DE RECHERCHE

<u>Unités</u>	<u>Directeurs</u>
U.E.R. Médicale Grange-Blanche	D. GERMAIN, Professeur
U.E.R. Médicale Alexis-Carrel	R. TOURAINE, Maître de Conférences agrégé
U.E.R. Médicale Lyon-Nord	A. BERTOYE, Professeur
U.E.R. Médicale Lyon-Sud-Ouest	L. TOLOT, Professeur
U.E.R. des Sciences Pharmaceutiques	M. CARRAZ, Maître de Conférences agrégé
U.E.R. des Techniques de Réadaptation	P. MOUNIER-KUHN, Professeur
U.E.R. de Biologie Humaine	J.C. CZYBA, Maître de Conférences agrégé
Institut Régional d'Education Physique et Sportive	J. SAPIN, Professeur E.P.S.
U.E.R. de Mathématiques	M. le Doyen J. BRACONNIER
U.E.R. de Physique	M. DUFAY, Professeur
U.E.R. de Chimie et Biochimie	Mlle D. GAUTHERON, Professeur
U.E.R. des Sciences de la Nature	L. DAVID, Professeur
U.E.R. de Biodynamique et Psychopédagogie	J. CHANEL, Professeur
U.E.R. de Physique Nucléaire	A. SARAZIN, Professeur
Institut Universitaire de Technologie-I	L. FEUVRAIS, Professeur
Institut Universitaire de Technologie-II	J. GALLET
Observatoire	J.H. BIGAY, Professeur

Secrétaire Général :	P. IZAUTE
----------------------	-----------



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552617_0060

AVANT - PROPOS

Je prie Monsieur le Professeur A.SARAZIN, Directeur de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, de bien vouloir trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour la confiance qu'il m'a toujours témoignée depuis mon arrivée au laboratoire et l'attention qu'il a portée à mes recherches.

J'exprime toute ma gratitude à Madame le Professeur M. ERICSON pour les encouragements et conseils qu'elle m'a constamment prodigués tout au long de ce travail. De nombreux points ont pu être éclaircis au cours de fructueuses discussions et ses remarques m'ont été particulièrement précieuses pour la rédaction de cette étude. Je tiens enfin à lui dire toute ma reconnaissance pour la compréhension attentive dont elle a toujours fait preuve à mon égard.

Je remercie Monsieur le Professeur G.PHILBERT pour l'intérêt qu'il a porté à mes résultats.

Je suis profondément sensible à l'honneur que me fait Monsieur le Professeur J.PRENTKI en acceptant de juger mon travail. Qu'il soit remercié de son attention bienveillante.

Je désire assurer Monsieur M.RHO de ma vive gratitude pour les discussions nombreuses et enrichissantes que nous avons eues sur plusieurs aspects de cette étude. Qu'il sache combien j'apprécie de pouvoir collaborer avec lui.

Monsieur le Professeur D.H.WILKINSON a bien voulu honorer de sa présence la soutenance de cette thèse. Je lui suis très reconnaissant de l'intérêt qu'il témoigne pour mes recherches.

J'ai souvent tiré profit des conseils et suggestions de Monsieur T.ERICSON. Je ne saurais oublier tout ce que je lui dois depuis mes débuts dans la recherche scientifique. Il voudra bien trouver ici mes plus chaleureux remerciements.

Il m'a été particulièrement agréable de pouvoir discuter de plusieurs implications expérimentales de ce travail avec l'équipe de physique des

particules de l'Université de Louvain. Je voudrais plus particulièrement remercier Monsieur le Professeur DEUTSCH et Monsieur GRENACS de l'enrichissement qu'ils m'ont ainsi apporté.

Je prends un vif plaisir à exprimer ma gratitude à mon camarade Alain FIGUREAU dont l'enthousiasme m'a toujours soutenu dans les moments de découragements. Je ne pourrais compter le nombre des conversations stimulantes ayant contribué à éclaircir bien des problèmes.

Je tiens également à assurer de mon entière sympathie tous mes collègues de l'Institut de Physique Nucléaire et plus spécialement mes camarades des groupes de Physique Théorique. Je remercie tout particulièrement Mademoiselle C. THEVENET, et Messieurs J. DUFOUR, M. GIFFON, J. GREY, M. KIBLER, C. MAGUIN et A. PARTENSKY qui m'ont souvent apporté le secours de leurs connaissances.

La frappe et l'impression de cette thèse ont été assurées par le service de documentation du laboratoire qui a fait preuve à cette occasion de sa compétence habituelle. J'en suis reconnaissant à tout le personnel et plus spécialement à Madame D. MORGUE pour sa diligence dans la dactylographie du manuscrit et le travail de correction. Je tiens enfin à remercier Madame C. MARTIN que j'ai si souvent mise à contribution.

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Il y a longtemps que les opérateurs de courant ont été introduits en physique des particules élémentaires. Leur emploi, tout naturel pour décrire les phénomènes électromagnétiques, a d'abord été étendu au couplage faible des nucléons avec les leptons puis généralisé à l'ensemble des interactions faibles. Plus récemment, les hypothèses successives de conservation du courant vectoriel faible (C.V.C.) ⁽¹⁻²⁾, de conservation partielle du courant axial (P.C.A.C.) ^(3, 4), enfin des algèbres des courants et des charges ⁽⁵⁻⁶⁾ ont permis d'établir un lien non seulement entre les interactions faibles et électromagnétiques, mais aussi entre ces deux dernières et certaines interactions fortes.

Les réactions entre noyaux et particules élémentaires offrent un vaste champ d'application à toutes ces théories sur les courants. La grande variété des nombres quantiques de spin et d'isospin des niveaux nucléaires permet de vérifier les hypothèses fondamentales par le jeu de diverses règles de sélection. Ceci n'est pas toujours possible avec les seules particules élémentaires, car la gamme de leurs nombres quantiques est très limitée et la détection de beaucoup de leurs réactions exige des méthodes expérimentales plus délicates que celles de la physique nucléaire. C'est ainsi qu'un des tests de la théorie C.V.C. ⁽⁷⁾ a dû utiliser la désintégration β des noyaux ^{12}B et ^{12}N . D'autre part, l'étude de certaines interactions n'est ou n'a longtemps été possible qu'avec les noyaux. La désintégration β a été intensément explorée en physique nucléaire bien avant qu'on ait pu effectuer des mesures précises sur la désintégration élémentaire du neutron. Bien plus, l'émission de positrons par les protons ne peut se produire qu'à partir de noyaux, ce qui fait de ces derniers un champ privilégié pour l'étude de la symétrie miroir des interactions faibles (problème

des courants de deuxième classe) (8-9). Nous pouvons également mentionner plus particulièrement l'intérêt que présentent les noyaux comme source d'informations sur les neutrons : par exemple, les propriétés électromagnétiques de ces derniers sont essentiellement déterminées par diffusion d'électrons sur le deutérium, le tritium et l'hélium trois.

En plus de leur contribution à la compréhension des interactions fondamentales, les réactions entre noyaux et particules élémentaires fournissent un puissant outil d'investigation de la structure nucléaire par la variété des règles de sélection imposées par les diverses hypothèses théoriques. Il suffit de citer en exemple l'emploi systématique de la diffusion d'électrons rapides comme test de modèles nucléaires.

Il existe donc tout un ensemble de réactions nucléaires de très grand intérêt (diffusion d'électrons, émission γ , désintégration β , capture de muons, peut être dans l'avenir réactions de neutrinos, réactions photopioniques etc ...) dont la description nécessite la connaissance des éléments de matrice des courants vectoriels et axiaux. Les méthodes de calcul se divisent essentiellement en deux catégories que nous envisageons successivement.

1 - Méthodes traditionnelles

Jusqu'à ces dernières années, tous les calculs de ces réactions entre noyaux et particules élémentaires faisaient appel à l'approximation d'impulsion. Le principe de la méthode consiste à relier l'interaction particule-noyau à l'interaction élémentaire particule-nucléon dont la forme est fixée par les hypothèses théoriques que nous avons mentionnées plus haut. Ces dernières permettent de déterminer partiellement les courants de nucléons, car elles impliquent diverses relations et restrictions sur les constantes de couplage, les constantes indépendantes étant tirées de différentes expériences. Appliquant alors la transformation non relativiste de Foldy-Wouthuysen à ces opérateurs élémentaires de courant, on obtient le courant nucléaire comme une somme d'opérateurs à une particule. Il reste simplement à choisir une fonction d'onde dans un modèle nucléaire approprié pour obtenir les éléments de matrice cherchés. Cette méthode ne tient évidemment pas compte des courants à plusieurs corps dus aux

échanges de mésons et autres particules entre les nucléons du noyau. Ce n'est que très récemment qu'a été mis au point un procédé systématique de calcul des principales contributions à deux corps au courant total ⁽¹⁰⁾. La seconde objection que l'on peut faire aux évaluations par l'approximation d'impulsion est que les éléments de matrice dépendent du modèle nucléaire utilisé. On ne sait donc pas si la confrontation avec l'expérience est un test de la fonction d'onde ou des hypothèses fondamentales sur l'interaction noyau-particule élémentaire. Enfin, on peut remarquer incidemment que la transformation de Foldy-Wouthuysen telle qu'elle est appliquée habituellement ne donne des résultats cohérents avec l'invariance de Lorentz que jusqu'à l'ordre v/c inclus (v = vitesse des nucléons) ⁽¹¹⁾. Un traitement correct doit en effet tenir compte du mouvement du noyau avant application de la transformation F.W., ce qui est difficile pour des systèmes complexes. Cette objection n'est pas très grave tant que les moments de transfert sont faibles dans les réactions nucléaires que nous envisageons.

2 - Méthodes globales

C'est pour éviter tous ces inconvénients que dans une période récente divers auteurs ^(12 à 15) ont tenté des approches phénoménologiques pour la construction des éléments de matrice des courants. Dans ces méthodes, dites " méthodes globales " ou " traitements en particules élémentaires ", on ignore le caractère composite des noyaux. Ces derniers sont considérés comme des particules élémentaires caractérisées par leur masse et les nombres quantiques habituels de spin et isospin. Les effets de structure sont contenus dans des constantes de couplage effectives dites " facteurs de forme ". On doit évidemment se limiter aux transitions entre niveaux nucléaires déterminés. Ce traitement est tout à fait parallèle aux décompositions familières en facteurs de forme de la théorie des particules élémentaires quand on renonce à décrire la structure des hadrons par un modèle. Il permet en principe de tester directement sur les noyaux les hypothèses générales, telles que C.V.C., P.C.A.C., algèbre des charges, etc Comme pour les nucléons, les facteurs de forme correspondant à une réaction particulière sont en effet reliés entre eux par ces hypothèses ainsi qu'à ceux d'autres réactions qui fournissent ainsi les paramètres indépendants.

Cette méthode permet essentiellement de décrire une réaction en fonction d'autres processus d'une manière analogue au traitement phénoménologique des réactions des nucléons en l'absence d'une théorie fondamentale des interactions faibles et fortes. Elle fournirait donc un test de consistance des hypothèses générales indépendant du cas des nucléons.

Adoptant le point de vue complètement différent de la physique nucléaire, on peut utiliser la méthode globale pour analyser les réactions qui, par hypothèse, sont décrites par des interactions de courants. Une décomposition en facteurs de forme constitue une paramétrisation commode des résultats expérimentaux (tout au moins si ceux-ci sont suffisamment complets). Si on sait calculer les facteurs de forme par la méthode traditionnelle de l'approximation d'impulsion, on peut alors tester les fonctions d'onde calculées dans différents modèles.

La méthode globale présente donc en principe l'important avantage de ne pas faire intervenir de problèmes de structure nucléaire si on teste les hypothèses générales d'interaction, tout en fournissant le cas échéant les informations nécessaires aux études de physique nucléaire. En fait, ce programme n'est applicable intégralement que si on a des informations théoriques ou expérimentales sur tous les facteurs de forme correspondant à une réaction donnée. Or ceux-ci sont d'autant plus nombreux que les noyaux ont des spins plus élevés. Si les facteurs de forme électromagnétiques sont assez bien déterminés expérimentalement à des moments de transfert q^2 variés (diffusion d'électrons, émission γ), il n'en est pas de même pour les axiaux, les informations existantes étant limitées à une ou deux valeurs de q^2 . On devra donc en général faire appel à des hypothèses pouvant pallier provisoirement le manque de résultats expérimentaux (ces hypothèses ont été particulièrement développées par PRIMAKOFF⁽¹⁴⁾ sur la base de l'approximation d'impulsion).

2. a - Comme les expériences actuellement possibles se font à des moments de transfert assez bas ($q^2 < \text{quelques } m_\pi^2$), on néglige les facteurs de formes associés aux puissances les plus élevées de q_μ . On peut d'ailleurs remarquer que la validité de certaines prédictions théoriques (P.C.A.C. par exemple), est limitée à ces valeurs.

2. b - Le noyau étant un système étendu, les facteurs de forme nucléaires sont rapidement variables avec q^2 (pour q^2 du genre espace). Postulant que l'effet de la taille nucléaire est dominant pour les faibles valeurs de q^2 , on relie la variation des facteurs de forme axiaux à celle des vectoriels qui est beaucoup mieux connue. Pour les facteurs de forme pseudoscalaires induits, on fait en outre appel à l'hypothèse de dominance par le pôle du méson π .

Ces hypothèses sont supposées assez raisonnables pour que l'application de la méthode globale conduise à des résultats à peu près indépendants de tout autre modèle que les postulats fondamentaux sur les courants.

3 - Présentation de méthodes globales particulières

Nous citons pour mémoire les développements multipolaires introduits en désintégration β par BÜHRING, STECH et SCHÜLKE⁽¹⁶⁾, car il s'agit d'un formalisme qui n'est pas relativiste. Par contre cette même technique du développement multipolaire a été appliquée de façon complètement relativiste par GALINDO et PASCUAL⁽¹⁵⁾. Les éléments de matrice du courant sont développés sur des harmoniques sphériques, ce qui confère à la méthode une grande ressemblance avec les techniques de la physique nucléaire et par suite une grande simplicité qui en est le principal avantage. Toutefois, on ne peut pas attribuer à des facteurs de forme déterminés les contributions des diverses particules qui peuvent être échangées dans le canal t et plus spécialement la contribution du méson π . La variation relativement rapide de cette dernière en $(q^2 + m_\pi^2)^{-1}$ empêche d'évaluer sans trop d'incertitude la variation des multipôles axiaux suivant l'hypothèse 2.b. D'autre part, les facteurs de forme multipolaires présentent des singularités cinématiques, en particulier un point de branchement au seuil dans le canal t . Cet inconvénient n'est pas toujours très gênant, car on peut montrer que pour des moments de transfert du genre espace assez petits, les multipôles sont reliés de manière simple aux facteurs de forme analytiques.

Une seconde méthode, illustrée en particulier par PRIMAKOFF et ses collaborateurs ⁽¹⁴⁾, n'a été utilisée jusqu'à présent que pour quelques transitions mettant en jeu des noyaux de spins très bas ($\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$, $0 \rightarrow 1$, $0 \rightarrow 2$). Les états de polarisation ("fonctions d'onde de spin") sont décrits de façon explicite par des spineurs ou des tenseurs dont les composantes superflues sont éliminées par les conditions supplémentaires de RARITA et SCHWINGER ⁽¹⁷⁾. On obtient alors l'élément de matrice du courant comme un développement sur une base de fonctions des quadrimoments se transformant comme des vecteurs ou des pseudovecteurs sous le groupe homogène de Lorentz. Ce procédé est tout à fait analogue aux décompositions bien connues des courants de nucléons en facteurs de forme invariants.

C'est cette méthode que nous avons choisi de développer et d'étendre à des noyaux de spins quelconques. Elle présente en effet de nombreux avantages sur la méthode multipolaire malgré une algèbre tensorielle qui devient vite très lourde quand les spins sont élevés. Elle permet, comme nous l'avons déjà dit, d'établir un certain parallèle entre les facteurs de forme des nucléons et les facteurs de forme nucléaires. D'autre part, ces derniers ne présentant pas les singularités cinématiques inhérentes aux formalismes multipolaires. On peut donc écrire des relations de dispersion ou tout au moins faire des extrapolations sans trop de risques entre régions assez voisines du plan complexe de q^2 , en particulier entre la région physique et le pôle du pion. La méthode même de construction permet une correspondance directe entre des graphes calculés suivant les règles de Feynman et tel ou tel facteur de forme. En particulier, la contribution du pion apparaît dans un seul type de facteurs de forme, dit "pseudoscalaire induit". Enfin, dans l'état actuel des informations expérimentales, cette méthode est la seule qui permette effectivement des estimations sur la base des hypothèses 2.b.

Notre travail sera divisé en quatre parties. Dans le chapitre II, nous présentons d'abord la construction dans le formalisme de Rarita et Schwinger d'une base de fonctions vectorielles sous les transformations du groupe de Lorentz homogène propre. Nous envisageons alors les conséquences des transformations discrètes P et T. Nous considérons aussi les opérations du groupe SU(2) et de conjugaison de charge qui permettent la clas-

sification des courants suivant la terminologie de WEINBERG⁽⁸⁾ et CABIBBO⁽⁹⁾. Les hypothèses C.V.C. et P.C.A.C. imposent aux facteurs de forme des contraintes que nous précisons.

Nous montrons dans le chapitre III comment on peut passer des développements sur une telle base aux développements multipolaires de Galindo et Pascual, mettant ainsi en évidence les singularités cinématiques de ces derniers. Il est alors facile en passant à la limite non relativiste de faire le lien avec les méthodes classiques utilisant l'approximation d'impulsion et tenant compte éventuellement des corrections d'échange (chapitre IV). Nous pouvons alors étudier le contenu non relativiste des divers facteurs de forme. Utilisant des modèles nucléaires, il devient possible de tester la validité des hypothèses 2.a et 2.b et d'évaluer l'erreur probable qu'elles impliquent sur les facteurs de forme axiaux. La détermination des termes principaux par la méthode globale est complétée par l'estimation des termes correctifs 2.a par la méthode classique. Ces résultats nous permettent de préciser les limites actuelles d'application des méthodes globales. D'autre part, si on prend le point de vue de la physique nucléaire, la relation que nous établissons avec l'approximation d'impulsion rend possible le test des fonctions d'onde si les résultats expérimentaux sont paramétrisés par les facteurs de forme invariants. Dans le chapitre V, nous donnons deux exemples d'application de ces méthodes. Nous montrons d'abord comment elles permettent de traiter le problème des courants faibles de deuxième classe. Nous étudions ensuite les deux réactions de capture des muons et capture radiative des pions dans le cas particulier de la transition ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^6\text{He}$.

CHAPITRE II

DECOMPOSITION DE LA FONCTION DE VERTEX D'UN COURANT

EN FACTEURS DE FORME INVARIANTS

I - DEFINITIONS

Nous précisons d'abord quelques notations. Nous utilisons une métrique pseudo-euclidienne dans un espace de Minkowski, les composantes de temps des vecteurs étant prises imaginaires ($x_\mu = \{x_1, x_2, x_3; x_4 = i x_0\}$). Le produit scalaire de deux vecteurs s'écrit donc :

$$A \cdot B \equiv A_\mu B_\mu = \vec{A} \cdot \vec{B} - A_0 B_0$$

Les matrices de Dirac sont définies par les relations :

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2 \delta_{\mu\nu}$$

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) \quad \gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$$

Elles sont donc hermitiques. Les équations de Dirac et Klein-Gordon s'écrivent dans nos notations :

$$(i \gamma \cdot p + m) u(p) = 0 \quad (p^2 + m^2) \phi(p) = 0$$

Nous introduisons la définition suivante pour les vecteurs de polarisation :

$$e_\lambda^\dagger = (-)^{\delta_{\lambda 4}} (e_\lambda)^* \quad e_{1,2,3}^\dagger = e_{1,2,3}^* \quad e_0^\dagger = e_0^*$$

Les fonctions d'onde de spin sont définies dans le formalisme de RARITA et SCHWINGER⁽¹⁷⁾.

1 - Spins entiers

Il est bien connu qu'un tenseur de rang J du groupe de Lorentz propre*, qui remplit les conditions suivantes, dites " conditions supplémentaires " :

$$\begin{aligned}
 &\text{transversalité} && \not{p}_{\alpha_i} T_{\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_J}(\not{p}) = 0 \\
 &\text{symétrie sur tous} && T_{\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_j \dots \alpha_J}(\not{p}) = T_{\alpha_1 \dots \alpha_j \dots \alpha_i \dots \alpha_J}(\not{p}) \\
 &\text{les indices} && \\
 &\text{trace nulle} && T_{\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_i \dots \alpha_J}(\not{p}) = 0
 \end{aligned} \tag{II.1}$$

sous-tend un espace de représentation irréductible de dimension $(2J+1)$ du groupe de Lorentz. Un tel tenseur peut donc être utilisé comme fonction d'onde de spin pour une particule libre de spin J entier et de quadrimoment p .

2 - Spins demi-entiers

Considérons de même une matrice colonne dont les quatre éléments sont des tenseurs de rang $J - 1/2$ obéissant aux mêmes conditions que ci-dessus. Si elle satisfait en outre les équations :

$$\begin{aligned}
 (i \not{\gamma} \cdot \not{p} + m) U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}(\not{p}) &= 0 \\
 \not{\gamma}_{\alpha_i} U_{\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}(\not{p}) &= 0
 \end{aligned}
 \quad \text{avec} \quad U = \begin{pmatrix} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(1)}(\not{p}) \\ T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(2)}(\not{p}) \\ T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(3)}(\not{p}) \\ T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(4)}(\not{p}) \end{pmatrix} \tag{II.2}$$

elle constitue également une base pour une représentation irréductible de dimension $2J+1$ du groupe de Lorentz et peut décrire les états de spin d'un fermion.

* Dans la suite de ce travail, la dénomination " groupe de Lorentz " sans autre spécification désignera le groupe de Lorentz homogène propre.

II - CONSTRUCTION EXPLICITE DES FONCTIONS D'ONDE DE SPIN

Nous rappelons ici un certain nombre de constructions qui sont aujourd'hui classiques (18 à 20). Soit dans l'espace de Minkowski le repère orthonormé $e_{\lambda}^{(a)}$:

$$e_{\lambda}^{(1)} = \{1, 0, 0; 0\} \quad e_{\lambda}^{(2)} = \{0, 1, 0; 0\} \quad e_{\lambda}^{(3)} = \{0, 0, 1; 0\} \quad e_{\lambda}^{(4)} = \{0, 0, 0; i\} \quad (a)$$

(II. 3)

$$e_{\mu}^{(a)} e_{\mu}^{(b)} = (-)^{\delta_{ab}} \delta_{ab} \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_{\mu}^{(1)} e_{\nu}^{(2)} e_{\rho}^{(3)} e_{\sigma}^{(4)} = i \quad (b)$$

où le symbole antisymétrique $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ est défini de telle sorte que $\epsilon_{1234} = 1$.

Nous introduisons également les vecteurs sphériques $e_{\lambda}^{(M)}$:

$$e_{\lambda}^{(\pm 1)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (e_{\lambda}^{(1)} \pm i e_{\lambda}^{(2)}) \quad e_{\lambda}^{(0)} = e_{\lambda}^{(3)}$$

ainsi que les spineurs $u^{(M)}$:

$$u^{(+\frac{1}{2})} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u^{(-\frac{1}{2})} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A l'aide des coefficients de Clebsch-Gordan du groupe SU (2), nous effectuons les constructions suivantes :

$$T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M)} (\tau_R) = \sum_{m_1, \dots, m_J} C(112; m_1, m_2) C(213; m_1 + m_2, m_3) \dots C(J-1, 1, J; \sum_{i=1}^{J-1} m_i, m_J, M) \\ e_{\alpha_1}^{(m_1)} e_{\alpha_2}^{(m_2)} \dots e_{\alpha_J}^{(m_J)} \quad (II. 4)$$

$$U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)} (\tau_R) = \sum_{m_1, m_2} C(\frac{1}{2}, J-\frac{1}{2}, J; m_1, m_2, M) u^{(m_1)} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(m_2)}$$

Autrement dit, nous avons réalisé le couplage parallèle de J vecteurs ou $J - \frac{1}{2}$ vecteurs et un spineur. On peut alors montrer que T et U constituent des fonctions propres des opérateurs de spin $\vec{J}^2$ et J_3 correspondant à des particules au repos (d'où la notation p_R dans les expressions II.4) :

$$\begin{aligned} \vec{J}^2 T^{(J,M)} &= J(J+1) T^{(J,M)} & J_3 T^{(J,M)} &= M T^{(J,M)} \\ (J_1 \pm i J_2) T^{(J,M)} &= [J(J+1) - M(M \pm 1)]^{\frac{1}{2}} T^{(J, M \pm 1)} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Pour plus de clarté, nous avons supprimé les indices de représentation. Les mêmes relations sont vérifiées par $U^{(M)}$. Par la suite nous ne spécifierons les propriétés de $U^{(M)}$ que si elles diffèrent de celles de $T^{(M)}$. Utilisant les définitions de $e_\lambda^{(M)}$ et $u^{(M)}$ ainsi que la symétrie des coefficients de Clebsch-Gordan et du couplage parallèle, on montre facilement que les conditions de Rarita-Schwinger pour $p = p_R \equiv \{0, 0, 0; i m\}$ sont satisfaites par les constructions (II.4). Considérons alors la transformation de Lorentz pure $L(p)$ qui change p_R en $p \equiv \{p_1, p_2, p_3; i p_0\}$. La représentation vectorielle $L_{\mu\nu}(p)$ permet de définir :

$$e_\lambda^{(a)}(p) \equiv L(p) [e_\lambda^{(a)}(p_R)] = L_{\lambda\mu}(p) e_\mu^{(a)}(p_R) \quad (e_\mu(p_R) \equiv e_\mu)$$

En particulier :

$$\begin{aligned} e_\lambda^{(1)}(p) &= \left\{ 1 + p_1^2/m(p_0+m), p_1 p_2/m(p_0+m), p_1 p_3/m(p_0+m); i p_1/m \right\} \\ e_\lambda^{(2)}(p) &= \left\{ p_2 p_1/m(p_0+m), 1 + p_2^2/m(p_0+m), p_2 p_3/m(p_0+m); i p_2/m \right\} \\ e_\lambda^{(3)}(p) &= \left\{ p_3 p_1/m(p_0+m), p_3 p_2/m(p_0+m), 1 + p_3^2/m(p_0+m); i p_3/m \right\} \\ e_\lambda^{(4)}(p) &\equiv p_\lambda/m = \left\{ p_1/m, p_2/m, p_3/m; i p_0/m \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Le groupe de Lorentz étant orthogonal, les relations (II.3 b) sont encore vérifiées par les $e_{\lambda}^{(a)}(p)$.

On utilise de même la représentation (non unitaire) $S_{kl}(p)$ pour obtenir la transformation des spineurs $u^{(M)}$ sous $L(p)$ (k et l étant des indices de ligne) :

$$u_k^{(M)}(p) \equiv L(p) [u^{(M)}(p_R)] = S_{kl}(p) u_l^{(M)}(p_R) \quad (u_l(p_R) \equiv u_l)$$

D'où :

$$u^{(M)}(p) = \left(\frac{p_0 + m}{2m} \right)^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \Phi^{(M)} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{p_0 + m} \Phi^{(M)} \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

$\vec{\sigma}$ représentant les matrices de Pauli et les spineurs à deux dimensions $\Phi^{(M)}$ étant définis comme à l'habitude par :

$$\Phi^{(+\frac{1}{2})} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Phi^{(-\frac{1}{2})} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les constructions (II.4) sont donc simplement modifiées par le remplacement des $e_{\alpha_i}(p_R)$ et $u(p_R)$ par les $e_{\alpha_i}(p)$ et $u(p)$. En effet, on a par définition :

$$T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M)}(p) \equiv L(p) [T^{(M)}(p_R)] = L_{\alpha_1 \alpha'_1} \dots L_{\alpha_J \alpha'_J} T_{\alpha'_1 \dots \alpha'_J}^{(M)}(p_R) \quad (\text{II.8})$$

$$U_{k \alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)}(p) \equiv L(p) [U^{(M)}(p_R)] = S_{kl} L_{\alpha_1 \alpha'_1} \dots L_{\alpha_{J-\frac{1}{2}} \alpha'_{J-\frac{1}{2}}} U_{l \alpha'_1 \dots \alpha'_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)}(p_R)$$

Les conditions (II.1) et (II.2) étant invariantes sous une transformation de Lorentz, elles sont encore satisfaites par les fonctions d'onde (II.8) qui constituent donc une réalisation du formalisme de Rarita-Schwinger

(en particulier, on a toujours $p_\mu e_\mu^{(M)}(p) = 0$). Définissant l'opérateur $W_\lambda = \frac{1}{2} \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} p_\mu I_{\nu\rho}$ où les $I_{\nu\rho}$ sont les générateurs du groupe de Lorentz, on peut montrer que T et U sont fonctions propres des opérateurs W_μ W_μ et $W_\mu e_\mu^{(3)}(p)$ qui caractérisent le spin en physique relativiste :

$$\begin{aligned} \frac{W_\mu W_\mu}{m^2} T^{(J,M)}(\tau) &= J(J+1) T^{(J,M)}(\tau) & \frac{W_\mu e_\mu^{(3)}(\tau)}{-m} T^{(J,M)}(\tau) &= M T^{(J,M)}(\tau) \\ & & & \text{(II.9)} \\ \frac{W_\mu}{-m} (e_\mu^{(1)}(\tau) \pm i e_\mu^{(2)}(\tau)) T^{(J,M)}(\tau) &= [J(J+1) - M(M \pm 1)]^{\frac{1}{2}} T^{(J,M \pm 1)}(\tau) \end{aligned}$$

où comme plus haut, les indices de représentation sont sous-entendus.

Il est évident qu'on peut définir des fonctions d'onde à l'aide d'une transformation de Lorentz $L'(p)$ autre que la transformation pure $L(p)$ et telle que l'on ait toujours $L'(p) p_R = p$. Cela reviendra à mesurer la projection de l'opérateur de spin W_λ sur un axe $e_\lambda'^{(3)}(p)$ différent de $e_\lambda^{(3)}(p)$ mais encore orthogonal à p (exemple : formalisme d'hélicité). L'ensemble des transformations entre les systèmes d'axes $e_\lambda^{(M)}(p)$ conserve le vecteur p et constitue le petit groupe relatif à ce dernier. On sait qu'il s'agit d'un groupe $SU(2)$. Les fonctions d'onde dans deux systèmes différents sont donc reliées par les matrices de rotation bien connues :

$$T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M')}(\tau) = \sum_{M''} \mathcal{D}_{M''M}^J(R) T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M'')}(\tau) \quad \text{(II.10)}$$

R représentant la rotation $\{L^{-1}(p) L'(p)\}$ entre les deux systèmes (rotation dite de Wigner.)

Nous terminons en donnant les relations d'orthogonalité et de fermeture qui sont valables quelle que soit la transformation $L(p)$ choisie (21) :

$$T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M')\dagger}(\nu) T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M)}(\nu) = \delta_{MM'} \quad (\text{II.11})$$

$$\bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(M')}(\nu) U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)}(\nu) = \delta_{MM'}$$

avec

$$T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M')\dagger} = (-)^{M'} T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(-M')}$$

et

$$\bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(M')} = \sum_{m_1, m_2} C\left(\frac{1}{2}, J-\frac{1}{2}, J; m_1, m_2, M'\right) \bar{u}^{(m_1)} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(m_2)\dagger}$$

$$\sum_M T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{(M)}(\nu) T_{\beta_1 \dots \beta_J}^{(M)\dagger}(\nu) \equiv P_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^{\beta_1 \dots \beta_J} = \quad (\text{II.12})$$

$$\left(\frac{1}{J!}\right)^2 \sum_{P(\alpha) P(\beta)} \left[\sum_r (-)^r \frac{C_J^{2r} C_J^r}{C_{2J}^{2r}} \prod_{i=1}^{2r-1} g_{\alpha_i \alpha_{i+1}} g_{\beta_i \beta_{i+1}} \prod_{j=2r+1}^J g_{\alpha_j \beta_j} \right]$$

$$\sum_M U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)}(\nu) \bar{U}_{\beta_1 \dots \beta_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)}(\nu) = \frac{2J+1}{4(J+1)} \Lambda^\pm \gamma_{\alpha_1} \gamma_{\beta_1} P_{\alpha_1 \dots \alpha_{J+\frac{1}{2}}}^{\beta_1 \dots \beta_{J+\frac{1}{2}}}$$

$P(\alpha)$ et $P(\beta)$ représentent les permutations des α_i et des β_i ; la sommation sur r porte sur tous les termes pour lesquels les arguments des factorielles ne sont pas négatifs, les C_m^p étant les coefficients du binôme.

Λ^+ et Λ^- sont les projecteurs ordinaires de la théorie de Dirac sur les

états à énergie positive et négative. On a enfin :

$$g_{\mu\nu} = \sum_M e_{\mu}^{(M)}(\mathbf{p}) e_{\nu}^{(M)\dagger}(\mathbf{p}) = \delta_{\mu\nu} + \mathbf{p}_{\mu} \mathbf{p}_{\nu} / m^2$$

III - CONSTRUCTION D'UNE BASE DE FONCTIONS VECTORIELLES SOUS LE GROUPE DE LORENTZ PROPRE

Soit un opérateur vectoriel $J_{\lambda}(\mathbf{x})$ (opérateur courant). Sous une transformation Λ du groupe de Lorentz, on a donc :

$$\Lambda J_{\lambda}(\mathbf{x}) \Lambda^{-1} = \Lambda_{\lambda\mu}^{-1} J_{\mu}(\Lambda \mathbf{x})$$

Nous définissons la fonction de vertex Γ_{λ} comme l'élément de matrice suivant de $J_{\lambda}(0)$:

$$\Gamma_{\lambda}(J', M', \mathbf{p}'; J, M, \mathbf{p}) = \langle J', M', \mathbf{p}' | J_{\lambda}(0) | J, M, \mathbf{p} \rangle \quad (\text{II.13})$$

Les états de l'espace de Hilbert sont construits à partir de ceux des particules au repos par application des transformations $L(\mathbf{p})$ (états canoniques) ou $L'(\mathbf{p})$ définies plus haut :

$$|J, M, \mathbf{p}\rangle = U[L(\mathbf{p})] |J, M, \mathbf{p}_R\rangle$$

où U est une représentation unitaire (voir par exemple les références (22) et 23)). Nous ne considérons pour le moment que des états canoniques, étant bien entendu que les autres états possibles leur sont reliés par les mêmes transformations que celles définies en (II.10).

La covariance exige que Γ_{λ} soit également un vecteur. Il ne peut être construit qu'à partir des moments $\mathbf{p}$ et $\mathbf{p}'$ et des fonctions d'onde correspondant aux spins J et J' de l'état initial et de l'état final. On

doit imposer pour des raisons de linéarité que la fonction de vertex soit homogène et du premier ordre en chacune des fonctions de spin. Nous cherchons donc une base de fonctions $V_{\lambda}^{(i)}(J', M', p'; J, M, p)$ qui permette la décomposition suivante :

$$\dot{\Gamma}_{\lambda}(J', M', p'; J, M, p) = \sum_i F^{(i)}(p'^2, p^2, q^2) V_{\lambda}^{(i)}(J', M', p'; J, M, p) \quad (\text{II.14})$$

Les coefficients $F^{(i)}$ ou facteurs de forme ne peuvent être fonctions que de quantités invariantes formées avec les quadrimoments. Trois d'entre elles seulement sont indépendantes. Nous avons choisi suivant la coutume , $p^2 = -m^2$, $p'^2 = -m'^2$ et $q^2 = (p' - p)^2$. Bien entendu, les $V_{\lambda}^{(i)}$ doivent être linéairement indépendants :

$$\sum_i g^{(i)}(p'^2, p^2, q^2) V_{\lambda}^{(i)}(J', M', p'; J, M, p) = 0 \quad (\text{II.15})$$

entraîne $g^{(i)}(p'^2, p^2, q^2) = 0$ pour tout i .

Comme de nombreuses bases sont possibles, nous adopterons la simplicité comme premier critère de choix. En particulier, nous éviterons, dans la mesure du possible, les combinaisons linéaires faisant intervenir des polynômes en p'^2 , p^2 et q^2 qui pourraient en outre introduire des singularités cinématiques dans les $F^{(i)}$. Nous avons également le souci d'établir une correspondance avec les facteurs de forme usuels des nucléons. En conséquence, nous serons amenés à préférer certaines combinaisons des $V_{\lambda}^{(i)}$. Ce choix sera justifié a posteriori dans le chapitre IV par comparaison avec l'approximation d'impulsion. On remarquera que les facteurs de forme définis pour une base donnée sont non seulement invariants sous le groupe de Lorentz mais encore qu'ils ne dépendent pas de la transformation $L(p)$ ou $L'(p)$ utilisée pour construire les états. Il est évident que tout l'effet d'un changement $L(p) \rightarrow L'(p)$ est absorbé par les $V_{\lambda}^{(i)}$ puisque les états et les fonctions d'onde de spin ont les mêmes propriétés de transformation (II.10). En particulier, les singularités éventuelles des $F^{(i)}$ sont liées au seul choix de la base et non au choix de $L(p)$.

Dans l'exposé qui va suivre, lorsqu'il n'y a aucun risque de confusion, nous n'indiquons pas explicitement toutes les variables dont dépendent Γ_λ , $V_\lambda^{(i)}$ et les fonctions d'onde de spin. Le formalisme de Rarita-Schwinger nous oblige à traiter séparément les états de spins entiers et demi-entiers.

1 - Spins entiers

Soient $T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^+ (p')$ et $S_{\beta_1 \dots \beta_J} (p)$ les tenseurs de polarisation respectifs du noyau final et du noyau initial. A l'aide des procédés classiques du calcul tensoriel ⁽²⁴⁾, nous devons réduire à la représentation vectorielle les tenseurs de haut rang formés par les produits $(T \times S) \times Y(p, p')$ où Y est un tenseur de rang quelconque en p et p' . Les conditions (II.1) réduisent considérablement le nombre de vecteurs possibles. En effet, le tenseur T ne peut être contracté sur un nombre quelconque d'indices qu'avec les tenseurs S et $Y(p)$ (propriétés de transversalité et de trace nulle). Comme il est totalement symétrique, un seul de ses indices peut être contracté avec le symbole antisymétrique $\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho}$ ($\epsilon_{1234} = 1$). Les mêmes restrictions sont valables pour S . D'autre part, par suite de la symétrie de T et S , les positions des contractions sont toutes équivalentes.

Soit k le nombre des contractions entre S et T . Nous définissons le tenseur de rang 2 $W_{\mu\nu}^{(k)}$ par :

$$W_{\mu\nu}^{(k)} = T_{\alpha_1 \dots \alpha_J}^+ S_{\beta_1 \dots \beta_J} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} \tau_{\alpha_{k+1}} \dots \tau_{\alpha_{J-k}} \tau'_{\beta_{k+1}} \dots \tau'_{\beta_{J-k}} \delta_{\alpha_{J-k+1} \mu} \delta_{\beta_{J-k+1} \nu} \quad (\text{II.16})$$

D'après (II.1), on a :

$$W_{\mu\nu}^{(k)} \tau_\nu = 0 \quad W_{\mu\nu}^{(k)} \tau'_\mu = 0 \quad W_{\mu\mu}^{(k-1)} = W_{\mu\nu}^{(k)} \tau_\mu \tau'_\nu$$

On peut alors vérifier qu'une base possible de vecteurs $V_\lambda^{(i)}$ est définie par l'ensemble :

$$\begin{aligned}
& W_{\lambda\mu}^{(k)} \tau'_\mu \quad W_{\mu\lambda}^{(k)} \tau_\mu \quad \tau_\lambda W_{\mu\nu}^{(k)} \tau_\mu \tau'_\nu \quad \tau'_\lambda W_{\mu\nu}^{(k)} \tau_\mu \tau'_\nu \\
& \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_{\mu\nu}^{(k)} \tau_\rho \quad \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_{\mu\nu}^{(k)} \tau'_\rho \quad \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_{\mu\sigma}^{(k)} \tau_\nu \tau'_\rho \tau'_\sigma \quad \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_{\sigma\mu}^{(k)} \tau_\nu \tau'_\rho \tau_\sigma
\end{aligned} \tag{II.17}$$

Les valeurs possibles du nombre k sont comprises entre 0 et $\min.(J, J')$. Toutefois pour $k = \min.(J, J')$, le tenseur $W_{\mu\nu}$ n'existe pas. On doit le remplacer par le vecteur W_μ qui est défini de façon évidente à partir de (II.16) en remplaçant $\delta_{\beta J} \nu$ par $p'_{\beta J}$ si $J < J'$ ou $\delta_{\alpha J, \mu}$ par $p_{\alpha J, \mu}$ si $J' < J$. Les vecteurs $V_\lambda^{(i)}$ correspondant au nombre maximum de contractions s'écrivent alors pour $J < J'$:

$$W_\lambda^{(J)} \quad \tau_\lambda W_\mu^{(J)} \tau_\mu \quad \tau'_\lambda W_\mu^{(J)} \tau_\mu \quad \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_\mu^{(J)} \tau_\nu \tau'_\rho \tag{II.18}$$

On a des expressions analogues pour $J > J'$. Lorsque les deux spins sont égaux, la base est constituée par l'ensemble (II.17) arrêté à la valeur $k = J-1$ et les deux vecteurs $p_\lambda W^{(J)}$ et $p'_\lambda W^{(J)}$ où le scalaire $W^{(J)} = W_{\mu\mu}^{(J-1)}$. Le cas de deux spins nuls est trivial : les seuls vecteurs possibles sont les moments p_λ et p'_λ .

La méthode de construction de la base (II.17-18) appelle quelques remarques. Le procédé systématique que nous avons utilisé consiste à attacher l'indice λ à l'un des tenseurs T, S, p, p' ou $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ et à contracter les indices restants de toutes les manières possibles, compte tenu des conditions (II.1). On pourrait donc a priori penser que des vecteurs du type $p_\lambda \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W_{\mu\nu}^{(k)} p_\rho p'_\sigma$ ou $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W_{\lambda\mu\nu}^{(k)} p_\rho p'_\sigma$ ne sont pas contenus dans la base (II.17) ($W_{\lambda\mu\nu}^{(k)}$ est construit de façon analogue à $W_{\mu\nu}^{(k)}$ et $W_\mu^{(k)}$, donc symétrique en λ et μ ou λ et ν). On peut en fait montrer qu'ils dépendent linéairement des vecteurs (II.17) à l'aide de l'identité suivante où $A_{\lambda\mu}$ est un tenseur symétrique de rang deux :

$$\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} A_{\lambda\mu} B_\nu C_\rho D_\sigma \equiv \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} (A_{\sigma\sigma} B_\mu C_\nu D_\rho - A_{\mu\sigma} B_\sigma C_\nu D_\rho + A_{\nu\sigma} C_\sigma D_\mu B_\rho - A_{\rho\sigma} D_\sigma B_\mu C_\nu)$$

Pour que la base ait un aspect plus symétrique, nous remplaçons les moments p_λ et p'_λ par leur somme et leur différence :

$$P_\lambda \equiv p'_\lambda + p_\lambda \quad q_\lambda \equiv p'_\lambda - p_\lambda$$

De même les $W_{\mu\nu}$ sont redéfinis en remplaçant les p et p' par q , ce qui implique un simple changement de signe $(-)^{J'-k-1}$. Nous avons également les relations :

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} p'_\nu &= W_{\mu\nu} P_\nu = W_{\mu\nu} q_\nu \\ W_{\mu\nu} p_\mu &= W_{\mu\nu} P_\mu = -W_{\mu\nu} q_\mu \end{aligned}$$

D'autre part, nous décomposons le tenseur $W_{\mu\nu}$ en ses parties symétrique et antisymétrique. Aucune de ces transformations ne peut amener de singularités.

Nous introduisons également les vecteurs $P_\lambda \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma$ et $q_\lambda \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho P_\sigma$ à la place de $\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho$ et $\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} (W_{\mu\sigma}^{(k)} - W_{\sigma\mu}^{(k)}) q_\sigma P_\nu q_\rho$ en utilisant l'identité (II.19) qui permet d'écrire, compte tenu des conditions (II.1) :

$$\begin{aligned} q_\lambda \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho P_\sigma &= \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} [-P_\rho q_\mu W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho + q^2 W_{\mu\nu}^{(k)} P_\rho + (W_{\mu\sigma}^{(k)} - W_{\sigma\mu}^{(k)}) P_\nu q_\rho q_\sigma] \\ P_\lambda \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho P_\sigma &= \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} [-P^2 W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho + P_\rho q_\mu W_{\mu\nu}^{(k)} P_\rho + (W_{\mu\sigma}^{(k)} + W_{\sigma\mu}^{(k)}) P_\nu q_\rho q_\sigma] \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Cette transformation dont le déterminant est égal à P^2 pourrait éventuellement introduire un pôle cinématique à $P^2 = 0$. Nous préciserons plus loin les raisons de notre choix.

Nous écrivons finalement les vecteurs $V_\lambda^{(i)}$ sous la forme $V_\lambda^{(k,\alpha)}$ ou $\bar{V}_\lambda^{(k,\alpha)}$ ($\alpha = A, B, C, D$) :

$$\begin{aligned} V_\lambda^{(k,A)} &= \frac{1}{2} (W_{\lambda\mu}^{(k)} + W_{\mu\lambda}^{(k)}) q_\mu & V_\lambda^{(k,B)} &= \frac{1}{2} (W_{\lambda\mu}^{(k)} - W_{\mu\lambda}^{(k)}) q_\mu \\ V_\lambda^{(k,C)} &= q_\lambda W_{\mu\nu}^{(k)} q_\mu q_\nu & V_\lambda^{(k,D)} &= P_\lambda W_{\mu\nu}^{(k)} q_\mu q_\nu \\ \bar{V}_\lambda^{(k,A)} &= \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} W_{\mu\nu}^{(k)} P_\rho & \bar{V}_\lambda^{(k,B)} &= \frac{1}{2} \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} (W_{\mu\sigma}^{(k)} + W_{\sigma\mu}^{(k)}) P_\nu q_\rho q_\sigma \\ \bar{V}_\lambda^{(k,C)} &= q_\lambda \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho P_\sigma & \bar{V}_\lambda^{(k,D)} &= P_\lambda \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W_{\mu\nu}^{(k)} q_\rho P_\sigma \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

2 - Spins demi-entiers

Pour les spins demi-entiers, le choix de la base est facilité par le désir de retrouver à la limite $J = J' = \frac{1}{2}$ les vecteurs utilisés pour décrire les courants de nucléons. Nous choisissons pour ces derniers l'ensemble suivant :

$$\bar{v} P_\lambda u \quad \bar{v} q_\lambda u \quad \bar{v} i \sigma_{\lambda\mu} q_\mu u \quad \bar{v} P_\lambda \gamma_5 u \quad \bar{v} q_\lambda \gamma_5 u \quad \bar{v} i \gamma_\lambda \gamma_5 u \quad (II.22)$$

Les autres bases possibles se ramènent à (II.22) par des relations linéaires bien connues. Puisque les conditions (II.1) sont toujours valables pour les fonctions de spin $V_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-1/2}}$ et $U_{\beta_1 \dots \beta_J}$ de l'état initial et de l'état final, nous pouvons utiliser certains résultats obtenus pour les spins entiers. En particulier nous définissons $\bar{B}_\mu A_\nu^{(k)}$ de manière analogue à $W_{\mu\nu}^{(k)}$ (II.16) :

$$\bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} = \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-1/2}} U_{\beta_1 \dots \beta_J} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_{k-1} \beta_{k-1}} q_{\alpha_k} \dots q_{\alpha_{J'-1/2}} q_{\beta_k} \dots q_{\beta_{J-1/2}} \delta_{\alpha_{J'-1/2} \mu} \delta_{\beta_{J-1/2} \nu} \quad (II.23)$$

où il est sous-entendu qu'on peut intercaler entre B et A des matrices de Dirac opérant sur les indices de ligne de A et de colonne de B . Nous remplaçons systématiquement le symbole antisymétrique $\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho}$ par des matrices γ à l'aide des identités :

$$\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} \sigma_{\nu\rho} \equiv -2 \sigma_{\lambda\mu} \gamma_5$$

$$\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} \gamma_\rho \equiv -\gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_5 + \delta_{\lambda\mu} \gamma_\nu \gamma_5 - \delta_{\lambda\nu} \gamma_\mu \gamma_5 + \delta_{\mu\nu} \gamma_\lambda \gamma_5$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} &\equiv \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_5 - (\delta_{\lambda\mu} \delta_{\nu\rho} - \delta_{\lambda\nu} \delta_{\mu\rho} + \delta_{\mu\nu} \delta_{\lambda\rho}) \gamma_5 \\ &+ i (\delta_{\lambda\mu} \sigma_{\nu\rho} + \delta_{\nu\rho} \sigma_{\lambda\mu} - \delta_{\lambda\nu} \sigma_{\mu\rho} - \delta_{\mu\rho} \sigma_{\lambda\nu} + \delta_{\mu\nu} \sigma_{\lambda\rho} + \delta_{\lambda\rho} \sigma_{\mu\nu}) \gamma_5 \end{aligned} \quad (II.24)$$

et de celles qui s'en déduisent par multiplication par γ_5 .

Les conditions (II.2) interdisent de contracter les indices tensoriels entre

matrices γ et $\bar{B}_\mu A_\nu$. L'équation de Dirac permet de réduire les produits contenant des $\gamma \cdot P$ et $\gamma \cdot q$. Compte tenu de l'algèbre de Dirac, on voit alors facilement qu'on peut se contenter de considérer les matrices $1, \gamma_5, \gamma_\lambda$ et $\gamma_\lambda \gamma_5$ comme dans le cas des nucléons. Nous éliminons γ_λ au profit de $\sigma_{\lambda\mu} q_\mu$ et P_λ comme il est indiqué par (II.22). Pour une valeur donnée de k , nous obtenons comme vecteurs possibles après symétrisation :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\bar{B}_\lambda A_\mu^{(k)} \pm \bar{B}_\mu A_\lambda^{(k)}] q_\mu \quad P_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \quad q_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \quad \bar{B}_\mu i \sigma_{\lambda\rho} q_\rho A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \\ \frac{1}{2} [\bar{B}_\lambda \gamma_5 A_\mu^{(k)} \pm \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\lambda^{(k)}] q_\mu \quad P_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \quad q_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \quad \bar{B}_\mu i \gamma_\lambda \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \end{aligned} \quad (II.25)$$

Toutefois, ils ne sont pas tous linéairement indépendants. A l'aide des identités (II.19) et (II.24), on peut démontrer les relations :

$$\begin{aligned} (m+m')^2 [\bar{B}_\lambda A_\mu^{(k-1)} - \bar{B}_\mu A_\lambda^{(k-1)}] q_\mu = [(m+m')^2 + q^2] \bar{B}_\mu i \sigma_{\lambda\rho} q_\rho A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu - q^2 P_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \\ - (m'^2 - m^2) q_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu - 2 \bar{B}_\mu i \sigma_{\lambda\rho} q_\rho A_\nu^{(k-1)} q_\mu q_\nu + 2 P_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k-1)} q_\mu q_\nu \\ + (m'^2 - m^2) [\bar{B}_\lambda A_\mu^{(k-1)} + \bar{B}_\mu A_\lambda^{(k-1)}] q_\mu \end{aligned} \quad (II.26)$$

$$\begin{aligned} (m+m') [\bar{B}_\lambda \gamma_5 A_\mu^{(k-1)} + \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\lambda^{(k-1)}] q_\mu = [(m+m')^2 + q^2] \bar{B}_\mu i \gamma_\lambda \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu - (m'm) P_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \\ + (m'+m) q_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu - 2 \bar{B}_\mu i \gamma_\lambda \gamma_5 A_\nu^{(k-1)} q_\mu q_\nu + (m'-m) [\bar{B}_\lambda \gamma_5 A_\mu^{(k-1)} - \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\lambda^{(k-1)}] q_\mu \end{aligned}$$

Nous éliminons les vecteurs des types $(\bar{B}_\lambda A_\mu - \bar{B}_\mu A_\lambda) q_\mu$ et $(\bar{B}_\lambda \gamma_5 A_\mu + \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\lambda) q_\mu$. Nous remarquons en effet qu'à la limite $m = m'$, ce choix est nécessaire si nous voulons conserver une base d'aspect analogue à la base des nucléons (II.22) pour toutes les valeurs de k .

Nous devons préciser la limite de ces constructions pour la valeur maximum de k , qui est maintenant $\min. (J' - \frac{1}{2}, J - \frac{1}{2})$. Dans le cas $J' \neq J$, on trouve les vecteurs indépendants par une construction analogue à

(II.18). On trouve par exemple pour $J < J'$:

$$\begin{aligned} \bar{B}_\lambda A^{(J-\frac{1}{2})} & P_\lambda \bar{B}_\mu A^{(J-\frac{1}{2})} q_\mu & q_\lambda \bar{B}_\mu A^{(J-\frac{1}{2})} q_\mu & \bar{B}_\mu i\sigma_{\lambda\rho} q_\rho A^{(J-\frac{1}{2})} q_\mu \\ \bar{B}_\lambda \gamma_5 A^{(J-\frac{1}{2})} & P_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A^{(J-\frac{1}{2})} q_\mu & q_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A^{(J-\frac{1}{2})} q_\mu & \bar{B}_\mu i\gamma_\lambda \gamma_5 A^{(J-\frac{1}{2})} q_\mu \end{aligned} \quad (II.27)$$

Lorsque $J = J'$, les vecteurs de base correspondant à $k = J - \frac{1}{2}$ sont complètement analogues à ceux des nucléons. Définissant $\bar{B} A^{(J-\frac{1}{2})} = \bar{B}_\mu A_\mu^{(J-3/2)}$, on obtient en effet :

$$P_\lambda \bar{B} A^{(J-\frac{1}{2})} \quad q_\lambda \bar{B} A^{(J-\frac{1}{2})} \quad \bar{B} i\sigma_{\lambda\rho} q_\rho A^{(J-\frac{1}{2})} \quad (II.28)$$

et des termes semblables en γ_5 . Le cas $J = J' = \frac{1}{2}$ est trivial : $B A^{(J-1/2)}$ est remplacé par $\bar{v} u$. Naturellement dans tous ces cas limites, les relations (II.26) doivent subir des modifications évidentes.

Nous définissons alors la base $V_\lambda^{(i)}$ sous la forme $V_\lambda^{(k, \alpha)}$, $\bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)}$:

$$\begin{aligned} V_\lambda^{(k,A)} &= \frac{1}{2} (\bar{B}_\lambda A_\mu^{(k)} + \bar{B}_\mu A_\lambda^{(k)}) q_\mu & V_\lambda^{(k,B)} &= \bar{B}_\mu i\sigma_{\lambda\rho} q_\rho A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \\ V_\lambda^{(k,C)} &= q_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu & V_\lambda^{(k,D)} &= P_\lambda \bar{B}_\mu A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \\ \bar{V}_\lambda^{(k,A)} &= \bar{B}_\mu i\gamma_\lambda \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu & \bar{V}_\lambda^{(k,B)} &= \frac{1}{2} (\bar{B}_\lambda \gamma_5 A_\mu^{(k)} - \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\lambda^{(k)}) q_\mu \\ \bar{V}_\lambda^{(k,C)} &= q_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu & \bar{V}_\lambda^{(k,D)} &= P_\lambda \bar{B}_\mu \gamma_5 A_\nu^{(k)} q_\mu q_\nu \end{aligned} \quad (II.29)$$

3 - Développement général en facteurs de forme

Nous avons finalement obtenu des bases (II.21) et (II.29) répondant aux exigences de la covariance dans les deux cas des spins entiers

et demi-entiers. Le développement le plus général pour la fonction de vertex d'un courant s'écrit donc :

$$\Gamma_{\lambda}(J, M, p'; J, M, p) = \sum_{k, \alpha} \left[F^{(k, \alpha)}(p'^2, p^2, q^2) V_{\lambda}^{(k, \alpha)}(J, M, p'; J, M, p) + \bar{F}^{(k, \alpha)}(p'^2, p^2, q^2) \bar{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)}(J, M, p'; J, M, p) \right] \quad (\text{II. 30})$$

Le tableau suivant donne le nombre des $V_{\lambda}^{(i)}$, donc le nombre de facteurs de forme indépendants. Les indications entre parenthèses sont valables en cas d'égalité des spins. De plus, nous avons posé $J_m = \min. (J, J')$.

(II. 31)

	$V(k, A)$	$V(k, B)$	$V(k, C)$	$V(k, D)$	$\bar{V}(k, A)$	$\bar{V}(k, B)$	$\bar{V}(k, C)$	$\bar{V}(k, D)$
spins entiers	$J_m + 1 (J)$	$J_m^* (J)$	$J_m + 1 (J+1)$	$J_m + 1 (J+1)$	$J_m (J)$	$J_m + 1 (J)$	$J_m (J)$	$J_m (J)$
spins demi-entiers	$J_m + \frac{1}{2} (J - \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J - \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$

Nous voyons qu'il y a en tout $4 (2 J_m + 1)$ facteurs de forme sauf dans le cas des spins égaux où leur nombre n'est plus que de $4 (2 J + 1) - 2$. A titre d'exemple, on peut vérifier qu'on retrouve bien 6 vecteurs indépendants pour décrire les courants de nucléons.

IV - ACTION DES SYMETRIES DISCRETES

Nous étudions maintenant les restrictions imposées à Γ_{λ} par les propriétés de transformation des courants sous les renversements d'espace et de temps.

* On devrait avoir $J_m + 1$, mais pour $k = J_m$, $V_{\lambda}^{(J_m, B)}$ dégénère en $V_{\lambda}^{(J_m, A)}$.

1 - Inversion d'espace

Nous considérons la transformation : $x_\mu \rightarrow \bar{x}_\mu = - (-)^{\delta_{\mu 4}} x_\mu$
 sous laquelle : $p_\mu \rightarrow \bar{p}_\mu = - (-)^{\delta_{\mu 4}} p_\mu$.

Soit Π l'opérateur correspondant (dans ce qui suit, nous écrivons systématiquement Π au lieu des représentations $U(\Pi)$ pour alléger les formules ; nous agirons de même pour le renversement du temps).

$$\begin{aligned} \langle J', M', \tau' | \Pi^{-1} \Pi J_\lambda(0) \Pi^{-1} \Pi | J, M, \tau \rangle &= \Gamma_\lambda(J', M', \tau'; J, M, \tau) \\ &= \varepsilon_p \eta_p \eta'_p (-)^{\delta_{\lambda 4}} \langle J', M', \bar{\tau}' | J_\lambda(0) | J, M, \bar{\tau} \rangle = \varepsilon_p \eta_p \eta'_p (-)^{\delta_{\lambda 4}} \Gamma_\lambda(J', M', \bar{\tau}'; J, M, \bar{\tau}) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

η_p et η'_p sont les parités de l'état initial et de l'état final.
 $\varepsilon_p = -1$ si J_λ est un vecteur vrai, $\varepsilon_p = +1$, si J_λ est un pseudovecteur (vecteur axial). Le passage entre les deux lignes de (II.32) n'est valable que pour des états canoniques. Il est facile de montrer à l'aide des transformations (II.10) que cette restriction n'entache en rien les conclusions que nous allons tirer de la relation (II.32). Les facteurs de forme étant invariants sous l'inversion d'espace, cette relation implique que le développement (II.30) est limité aux seuls vecteurs $V_\lambda^{(k, \alpha)}$ qui satisfont la restriction :

$$V_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', \tau'; J, M, \tau) = \varepsilon_p \eta_p \eta'_p (-)^{\delta_{\lambda 4}} V_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', \bar{\tau}'; J, M, \bar{\tau}) \quad (\text{II.33})$$

Utilisant les formes explicites (II.6) des $e_\lambda(p)$, on trouve :

$$e_\lambda^{(M)}(\bar{\tau}) = (-)^{\delta_{\lambda 4}} e_\lambda^{(M)}(\tau)$$

On s'attend en effet à ce que e_λ soit un pseudovecteur puisqu'il représente une fonction d'onde de spin. Il est alors possible de montrer que les $W_{\mu\nu}^{(k)}$ vérifient la relation :

$$W_{\mu\nu}^{(k)}(J', M', \bar{\tau}'; J, M, \bar{\tau}) = (-)^{J'-J+\delta_{\mu 4}+\delta_{\nu 4}} W_{\mu\nu}^{(k)}(J', M', \tau'; J, M, \tau) \quad (\text{II.34})$$

De même, l'expression (II.7) montre qu'on a :

$$u^{(m)}(\bar{r}) = \gamma_4 u^{(m)}(r)$$

D'où la relation :

$$\bar{B}_\mu \gamma A_\nu^{(k)}(J', M', \bar{r}'; J, M, \bar{r}) = (-)^{J'-J+\delta_{\mu 4}+\delta_{\nu 4}} \bar{B}_\mu \gamma_4 \gamma \gamma_4 A_\nu^{(k)}(J', M', r'; J, M, r) \quad (\text{II.35})$$

où γ représente l'une quelconque des matrices de Dirac utilisées pour la construction de la base (II.29).

On peut vérifier des propriétés analogues à (II.34) et (II.35) à la limite $k = J_m$. Les tableaux (II.21) et (II.29) donnent alors directement :

$$\begin{aligned} V_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', \bar{r}'; J, M, \bar{r}) &= (-)^{\delta_{\lambda 4}+J'-J+1} V_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', r'; J, M, r) \quad \alpha = A, B, C, D \\ \bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', \bar{r}'; J, M, \bar{r}) &= (-)^{\delta_{\lambda 4}+J'-J} \bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', r'; J, M, r) \quad \alpha = A, B, C, D \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

Ces propriétés sont valables à la fois pour les fermions et les bosons. Nous pouvons finalement résumer les différentes possibilités :

courant vectoriel	$\varepsilon_p = -1$	$\left\{ \begin{array}{l} \eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J} \text{ développement sur les } V_\lambda^{(k, \alpha)} \\ \eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J+1} \quad " \quad " \quad " \quad " \quad \bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)} \end{array} \right.$
courant axial	$\varepsilon_p = +1$	$\left\{ \begin{array}{l} \eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J} \text{ développement sur les } \bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)} \\ \eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J+1} \quad " \quad " \quad " \quad " \quad V_\lambda^{(k, \alpha)} \end{array} \right.$

2 - Inversion du temps

Soit la transformation $\mathcal{C} : x_\mu \rightarrow \tilde{x}_\mu = (-)^{\delta_{\mu 4}} x_\mu$

$$p_\mu \rightarrow \tilde{p}_\mu = \bar{p}_\mu = - (-)^{\delta_{\mu 4}} p_\mu$$

Nos conventions de phase sur le couplage avec le courant leptonique sont telles qu'un courant hadronique ayant la propriété de transformation :

$$\mathcal{C} J_\lambda(t) \mathcal{C}^{-1} = -\epsilon_T J_\lambda(-t)$$

conduit à une interaction invariante par renversement du temps si $\epsilon_T = +1$ (courants normaux). $\epsilon_T = -1$ correspond aux courants anormaux. Pour le couplage électromagnétique, on peut trouver des phases telles que la même loi de transformation soit valable avec $\epsilon_T = +1$. On notera que par suite de notre métrique pseudo-euclidienne et de l'antilinearité de $\mathcal{C}$, il n'y a pas de facteur $(-)^{\delta_{\lambda 4}}$. Si les états sont des états canoniques (on peut faire la même remarque que pour les inversions d'espace en ce qui concerne la validité générale de nos conclusions), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \langle J', M', \mu' | \mathcal{C}^{-1} \mathcal{C} J_\lambda(0) \mathcal{C}^{-1} \mathcal{C} | J, M, \mu \rangle &= \Gamma_\lambda(J', M', \mu'; J, M, \mu) \\ &= \epsilon_T \eta_T \eta'_T (-)^{J+J'-M-M'+1} \langle J', -M', \bar{\mu}' | J_\lambda(0) | J, -M, \bar{\mu} \rangle^* \\ &= \epsilon_T \eta_T \eta'_T (-)^{J+J'-M-M'+1} \Gamma_\lambda^*(J', -M', \bar{\mu}'; J, -M, \bar{\mu}) \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

où les facteurs de phase arbitraires η_T, η'_T peuvent toujours être choisis égaux à 1. Ces propriétés de transformation sont normales puisque $\mathcal{C}$ est une opération antilinéaire qui, de plus, renverse à la fois le spin et l'impulsion. Nous avons donc les restrictions suivantes sur les fonctions de vertex :

(II.38)

$$F^{(k, \alpha)}_{(\mu^1, \mu^2, q^2)} V_\lambda^{(k, \alpha)}(J', M', \mu'; J, M, \mu) = \epsilon_T (-)^{J+J'-M-M'+1} F^{(k, \alpha)*}_{(\mu^1, \mu^2, q^2)} V_\lambda^{(k, \alpha)*}(J', -M', \bar{\mu}'; J, -M, \bar{\mu})$$

et des relations identiques pour les $\bar{F}^{(k, \alpha)} \bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)}$.

Utilisant les propriétés (* dénote la simple conjugaison complexe) :

$$e_{\lambda}^{(-M)*}(\bar{\nu}) = (-)^M e_{\lambda}^{(M)}(\nu) \quad u^{(-M)*}(\bar{\nu}) = (-)^{\frac{1}{2}-M} B^* u^{(M)}(\nu) \quad (\bar{\nu}_{\lambda})^* = -\nu_{\lambda}$$

où B est une matrice 4 x 4 telle que $B^{-1} \gamma_{\mu} B = \widetilde{\gamma}_{\mu}$, on démontre les transformations suivantes :

$$W_{\mu\nu}^{(k)*}(J', -M', \bar{\nu}'; J, -M, \bar{\nu}) = (-)^{J+J'-M-M'} W_{\mu\nu}^{(k)}(J', M', \nu'; J, M, \nu) \quad (\text{II.39})$$

$$[\bar{B}_{\mu} \gamma A_{\nu}^{(k)}(J', -M', \bar{\nu}'; J, -M, \bar{\nu})]^* = (-)^{J+J'-M-M'} \bar{B}_{\mu} (B^{-1} \gamma B)^* A_{\nu}^{(k)}(J', M', \nu'; J, M, \nu)$$

Nous obtenons alors pour les $V_{\lambda}^{(k, \alpha)}$ (et $\bar{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)}$) :

$$V_{\lambda}^{(k, \alpha)*}(J', -M', \bar{\nu}'; J, -M, \bar{\nu}) = (-)^{J+J'-M-M'+1} V_{\lambda}^{(k, \alpha)}(J', M', \nu'; J, M, \nu) \quad (\text{II.40})$$

Compte tenu de (II.38), les facteurs de forme doivent satisfaire les conditions :

$$\begin{aligned} F^{(k, \alpha)}(p'^2, p^2, q^2) &= \varepsilon_T F^{(k, \alpha)*}(p'^2, p^2, q^2) \\ \bar{F}^{(k, \alpha)}(p'^2, p^2, q^2) &= \varepsilon_T \bar{F}^{(k, \alpha)*}(p'^2, p^2, q^2) \end{aligned} \quad (\text{II.41})$$

On retrouve ici des propriétés familières en physique des particules élémentaires⁽²⁵⁾. Les facteurs de forme tant axiaux que vectoriels sont tous réels pour un courant normal ($\varepsilon_T = +1$) et tous imaginaires pour un courant anormal ($\varepsilon_T = -1$). Si on avait choisi $\eta_T \eta'_T \neq 1$, il faudrait remplacer ε_T par $\varepsilon_T \eta_T \eta'_T$ dans (II.41) : les facteurs de forme correspondant à une valeur définie de ε_T sont alors tous réels à une phase commune près.

V - ACTION DE LA TRANSFORMATION G : DIVISION EN COURANTS DE PREMIERE ET DEUXIEME CLASSES.

Depuis les travaux de WEINBERG⁽⁸⁾, on sépare les courants faibles en deux classes suivant leurs propriétés de transformation sous l'opération $G = CU$, C étant la conjugaison de charge et U une rotation de π autour du deuxième axe de l'espace d'isospin. La définition $G J_\lambda G^{-1} = \mp \epsilon_p J_\lambda$ fait correspondre le signe moins à la première classe et le signe plus à la deuxième classe. Les observations expérimentales effectuées jusqu'à ce jour semblent indiquer que les courants faibles ne changeant pas l'étrangeté se transforment comme des isovecteurs avec $I_3 = \pm 1$ (règle empirique $|\Delta Q| = |\Delta T| = 1$). Pour plus de généralité, nous considérons que J_λ a des propriétés isotensorielles quelconques. En effet, si les courants chargés de nucléons sont nécessairement isovectoriels, les interactions faibles des mésons peuvent à priori faire intervenir d'autres représentations du groupe d'isospin. Par suite de l'existence de courants d'échange, ces dernières ne sont donc pas exclues de la description des transitions entre noyaux.

Pour un courant d'isospin déterminé I , nous avons la transformation :

$$U J_\lambda^{(I, I_3)} U^{-1} = \sum_{I'_3} \mathcal{D}_{I'_3 I_3}^I(0, \pi, 0) J_\lambda^{(I, I'_3)} = (-)^{I-I_3} J_\lambda^{(I, -I_3)}$$

D'autre part, nos conventions de phase sur le couplage faible sont telles que le théorème PCT implique :

$$C J_\lambda C^{-1} = (-)^{\delta_{\lambda 4}} \epsilon_T \epsilon_P J_\lambda^\dagger$$

d'où :

$$G J_\lambda^{(I, I_3)} G^{-1} = (-)^{\delta_{\lambda 4} + I - I_3} \epsilon_T \epsilon_P J_\lambda^{(I, -I_3)\dagger} \quad (\text{II.42})$$

La condition de Weinberg devient donc :

$$(-)^{\delta_{\lambda 4} + I - I_3} \epsilon_T J_\lambda^{(I, -I_3)\dagger} = \mp J_\lambda^{(I, I_3)} \quad (\text{II.43})$$

Cette relation permet de faire le lien avec la classification de CABIBBO⁽⁹⁾. Ce dernier définit les classes par la condition $U J_\lambda U^{-1} = \mp (-)^{\delta_{\lambda 4}} J_\lambda^\dagger$ qui se traduit finalement par :

$$(-)^{\delta_{\lambda 4} + I - I_3} J_\lambda^{(I, -I_3)\dagger} = \mp J_\lambda^{(I, I_3)} \quad (\text{II.44})$$

Les classes selon Cabibbo sont donc les mêmes que les classes de Weinberg pour les courants normaux sous le renversement du temps. Elles sont par contre inversées pour les courants anormaux.

Introduisant explicitement les nombres quantiques d'isospin dans les fonctions de vertex, on trouve que (II.43) entraîne :

$$\begin{aligned} (-)^{\delta_{\lambda 4} + I - I_3} \varepsilon_T \Gamma_\lambda^* (\omega, M, \mu, T_3; I, -I_3; \omega', M', \mu', T_3') \\ = \pm \Gamma_\lambda (\omega', M', \mu', T_3'; I, I_3; \omega, M, \mu, T_3) \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

où ω représente le spin J , l'isospin T ainsi que l'ensemble des autres nombres quantiques caractérisant un niveau nucléaire. En général, cette condition ne fournit pas de contraintes sur les fonctions de vertex. En effet $\Gamma_\lambda(\omega'; \omega)$ est indépendant de $\Gamma_\lambda(\omega; \omega')$ et ne peut donc pas être exprimé en fonction de ce dernier. On obtient simplement des relations entre les facteurs de forme $F(\omega; \omega')$ et $F(\omega'; \omega)$. La G parité ne permet donc pas, en principe d'attribuer une classe déterminée à chacun des membres de la décomposition sur une base de $V_\lambda^{(i)}$. En d'autres termes, il n'y a pas de relation entre les exigences de la G -parité et de la covariance sous le groupe de Lorentz. On doit toutefois noter une importante exception. Si ω et ω' sont identiques, c'est-à-dire si l'élément de matrice est pris entre deux états membres du même isomultiplet, la relation (II.45) conduit effectivement à une contrainte.

Appliquant le théorème de Wigner-Eckart aux variables d'isospin, on obtient en effet :

$$(-)^{\delta_{\lambda 4} + I - I_3} \varepsilon_T C(TIT; T'_3, -I_3, T_3) \Gamma_{\lambda}^* (\|\omega, M, p; I; \omega, M', p'\|) \quad (\text{II. 46})$$

$$= \mp C(TIT; T_3, I_3, T'_3) \Gamma_{\lambda} (\|\omega, M', p'; I; \omega, M, p\|)$$

d'où :

$$(-)^{\delta_{\lambda 4} + I} \varepsilon_T \Gamma_{\lambda}^* (\|\omega, M, p; I; \omega, M', p'\|) = \mp \Gamma_{\lambda} (\|\omega, M', p'; I; \omega, M, p\|) \quad (\text{II. 47})$$

la notation $\|\omega, M, p; I; \omega, M', p'\|$ indiquant que les vertex ont été réduits par rapport à l'isospin. (II. 47) entraîne enfin :

$$\begin{aligned} (-)^{\delta_{\lambda 4} + I} \varepsilon_T F^{(k, \alpha)*} (\|\omega, I, \omega\|; p^2, p'^2, q^2) V_{\lambda}^{(k, \alpha)*} (J, M, p; J, M', p') \\ = \mp F^{(k, \alpha)} (\|\omega, I, \omega\|; p'^2, p^2, q^2) V_{\lambda}^{(k, \alpha)} (J, M', p'; J, M, p) \end{aligned} \quad (\text{II. 48})$$

avec la définition suivante pour les facteurs de forme réduits :

$$F^{(k, \alpha)} (T'_3, I_3, T_3; p'^2, p^2, q^2) = C(TIT; T'_3, I_3, T_3) F^{(k, \alpha)} (\|\omega, I, \omega\|; p'^2, p^2, q^2)$$

Comme en posant $\omega' = \omega$, nous avons implicitement fait appel à l'invariance des forces nucléaires sous le groupe d'isospin, il est logique d'ignorer les différences de masse à l'intérieur d'un isomultiplet. On peut donc prendre $p^2 = p'^2$ et il n'y a pas de problèmes dus à l'inversion $p^2 \rightleftharpoons p'^2$ dans les facteurs de forme. Utilisant les propriétés de transposition des $W_{\mu\nu}^{(k)}$ et $\bar{B}_{\mu} \gamma A_{\nu}^{(k)}$:

$$\begin{aligned} (-)^{J' - J} W_{\mu\nu}^{(k)*} (J, M, p; J, M', p') &= (-)^{\delta_{\mu 4} + \delta_{\nu 4}} W_{\nu\mu}^{(k)} (J, M', p'; J, M, p) \\ (-)^{J' - J} [\bar{B}_{\mu} \gamma A_{\nu}^{(k)} (J, M, p; J, M', p')]^* &= (-)^{\delta_{\mu 4} + \delta_{\nu 4}} \bar{A}_{\nu} \gamma_4 \gamma^{\dagger} \gamma_4 B_{\mu}^{(k)} (J, M', p'; J, M, p) \end{aligned} \quad (\text{II. 49})$$

on relie les $V_{\lambda}^{(k, \alpha)}$ comme suit :

$$\begin{aligned}
 V_{\lambda}^{(k, \alpha)*} (J, M, \mu; J, M', \mu') &= \mp (-)^{\delta_{\lambda 4}} V_{\lambda}^{(k, \alpha)} (J, M', \mu'; J, M, \mu) \quad \begin{array}{l} - \text{ pour } \alpha = A, C \\ + \text{ pour } \alpha = B, D \end{array} \\
 \overline{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)*} (J, M, \mu; J, M', \mu') &= \pm (-)^{\delta_{\lambda 4}} \overline{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)} (J, M', \mu'; J, M, \mu) \quad \begin{array}{l} + \text{ pour } \alpha = A, C \\ - \text{ pour } \alpha = B, D \end{array}
 \end{aligned} \quad (II. 50)$$

A l'aide des conditions (II. 41), nous pouvons finalement prouver que les vertex $\Gamma_{\lambda}^{(I; 1)}$ et $\Gamma_{\lambda}^{(I; 2)}$ des courants de première et deuxième classes avec isospin I se développent sur les bases suivantes :

$$\Gamma_{\lambda}^{(I=2n+1; 1)} (\omega, \omega) = \sum_{k, \alpha=B, D} F^{(k, \alpha)} V_{\lambda}^{(k, \alpha)} + \sum_{k, \alpha=A, C} \overline{F}^{(k, \alpha)} \overline{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)} \quad (II. 51)$$

$$\Gamma_{\lambda}^{(I=2n+1; 2)} (\omega, \omega) = \sum_{k, \alpha=A, C} F^{(k, \alpha)} V_{\lambda}^{(k, \alpha)} + \sum_{k, \alpha=B, D} \overline{F}^{(k, \alpha)} \overline{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)}$$

Pour $I = 2n$, il suffit de faire le changement : $B, D \rightleftharpoons A, C$.

Comme on a $\eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J}$, d'après les résultats du paragraphe IV. 1 les vertex vectoriels correspondent aux $V_{\lambda}^{(k, \alpha)}$ et les vertex axiaux aux $\overline{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)}$. Appliquant les développements (II. 51) au cas des nucléons avec $I = 1$, on retrouve bien les attributions correctes de classe aux différents vecteurs.

Les décompositions (II. 51) entraînent une conséquence intéressante pour le vertex de la divergence d'un courant défini par :

$$\langle J, M', \mu' | \partial_{\lambda} J_{\lambda}(0) | J, M, \mu \rangle = -i q_{\lambda} \Gamma_{\lambda} (J, M', \mu'; J, M, \mu)$$

En effet, d'une simple lecture des tableaux (II. 21) et (II. 29) on déduit :

$$q_{\lambda} V_{\lambda}^{(k, \alpha)} = 0 \quad q_{\lambda} \overline{V}_{\lambda}^{(k, \alpha)} = 0 \quad \text{pour } \alpha = B, D \quad (II. 52)$$

(on notera que $P \cdot q = p'^2 - p^2 = 0$).

Lorsque I est impair, le vertex de la divergence est donc nul pour les cou-

rants vectoriels de première classe et les courants axiaux de deuxième classe. Pour les courants d'isospin pair, la même propriété est vérifiée par les courants axiaux de première classe et les courants vectoriels de deuxième classe*. Nous rappelons que ce résultat n'est valable que pour des états membres du même isomultiplet. Bien entendu, il n'implique pas que les courants considérés vérifient une condition de conservation $\partial_\lambda J_\lambda = 0$ comme le courant électromagnétique.

1 - Contraintes spéciales imposées par l'hermiticité du courant électromagnétique

La classification de Weinberg (ou Cabibbo) n'a d'intérêt que pour les courants faibles. L'hermiticité du courant électromagnétique implique en effet des contraintes plus fortes sur les fonctions de vertex d'un multiplet d'isospin. Remplaçant les conditions (II.43) ou (II.44) par $J_\lambda^{(I,0)} = (-)^{\delta_{\lambda 4}} J_\lambda^{(I,0)\dagger}$ il vient en effet :

$$(-)^{\delta_{\lambda 4}} \Gamma_\lambda^* (\omega, M, \mu, T_3; I, 0; \omega', M', \mu', T_3') = \Gamma_\lambda (\omega', M', \mu', T_3'; I, 0; \omega, M, \mu, T_3) \quad (\text{II. 53})$$

Comme précédemment, cette relation n'a de conséquences sur la forme des vertex que si $\omega = \omega'$. Utilisant les propriétés établies au paragraphe V ainsi que l'invariance par renversement du temps des interactions électromagnétiques, nous déduisons le développement suivant, quel que soit l'isospin I :

$$\Gamma_\lambda^{(I)}(\omega, \omega) = \sum_{k, \alpha=B,D} F^{(k, \alpha)} V_\lambda^{(k, \alpha)} \quad (\text{II. 54})$$

D'après (II.52), on vérifie alors que le vertex de la divergence est nul à l'intérieur d'un multiplet d'isospin (il existait déjà une démonstration de cette propriété par une méthode différente⁽²⁷⁾). La conservation du courant électromagnétique n'apporte donc aucune contrainte supplémentaire. Par contre, si

* Après achèvement de cette étude, nous avons eu connaissance d'un travail récent de BEG et BERNSTEIN⁽²⁶⁾ qui aboutit aux mêmes conclusions par une méthode ne faisant pas appel à la forme explicite des fonctions de vertex.

les états ω et ω' sont différents, il est nécessaire d'imposer effectivement la condition $\partial_{\lambda} J_{\lambda} = 0$.

VI - FORME EXPLICITE DU DEVELOPPEMENT DES VERTEX VECTO - RIELS ET AXIAUX

Nous appliquons ici les propriétés que nous avons établies dans les paragraphes III à V à la construction d'un développement explicite en facteurs de forme invariants. Pour un courant de parité donnée et une valeur de k déterminée, il y a en général quatre facteurs de forme (sauf pour la limite $k = J_m$). Considérons d'abord le cas $\eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J}$. Nous pouvons changer la dénomination des facteurs de forme suivant les appellations conventionnelles utilisées pour les courants de nucléons. Nous devons pour cela comparer les propriétés spatio-temporelles et de G -parité des $V_{\lambda}^{(i)}$ avec celles des vecteurs traditionnels (II.22).

C'est ainsi que nous changeons $\bar{F}^{(k,A)}$ en $F_A^{(k)}$, "facteur de forme axial de première classe", l'indice 1 rappelant qu'il correspond effectivement à un courant de première classe lorsque les deux états appartiennent au même isomultiplet (ceci pour des courants habituels $I = 1$ qui sont les seuls que nous considérons pour ces problèmes d'appellation). De même, il est logique de rebaptiser $\bar{F}^{(k,C)}$, "facteur de forme pseudo-scalaire" $F_p^{(k)}$ puisqu'il est associé à un vecteur en q_{λ} qui simule un couplage pseudoscalaire effectif avec les courants de leptons. Comme $\bar{F}^{(k,D)}$ est associé à P_{λ} et qu'il correspond à un courant de deuxième classe dans les limites exposées plus haut, nous le changeons en $F_T^{(k)}$, suivant l'appellation traditionnelle du facteur de forme axial de deuxième classe des nucléons. $\bar{F}^{(k,B)}$ n'a pas de correspondant chez les nucléons, aussi nous l'appelons $F_{A_2}^{(k)}$ pour indiquer son caractère éventuel de deuxième classe.

De même, pour le courant vectoriel, nous passons respectivement de $F^{(k,A)}$, $F^{(k,B)}$, $F^{(k,C)}$ et $F^{(k,D)}$ à $F_{V_2}^{(k)}$, $F_M^{(k)}$, $F_S^{(k)}$ et $F_{V_1}^{(k)}$ (soit : vectoriel deuxième classe, magnétique, scalaire, vectoriel première classe ; pour ce dernier, l'appellation facteur de forme de charge serait peut-être plus appropriée). Dans le cas où les parités satisfont la condition $\eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J+1}$,

nous gardons les dénominations que nous venons de définir, les rôles des $F^{(k, \alpha)}$ et $\bar{F}^{(k, \alpha)}$ devant toutefois être interchangés.

Il est évident que cette correspondance avec les facteurs de forme des nucléons présente un certain caractère d'arbitraire. Elle est établie sur une base plutôt intuitive et ne permet que des déductions grossières sur le contenu "élémentaire" des facteurs de forme des noyaux. Seule la liaison avec les développements multipolaires non relativistes permettra des conclusions rigoureuses sur la relation entre les $F^{(k)}$ et les courants à un corps. On doit noter que nous évitons l'appellation "induits" pour certains $F^{(k)}$ (ceci dans le cas des courants faibles). Il n'est pas évident en effet qu'en l'absence de renormalisation des interactions faibles des hadrons, les facteurs de forme $F_{P, T, M, S}^{(k)}$ soient nuls comme c'est le cas pour les nucléons. Ce point sera également précisé au chapitre IV.

Nous donnons ci-dessous le développement général des vertex vectoriels (Γ_λ^V) et axiaux (Γ_λ^A) avec les nouvelles dénominations dans le cas $\eta_p \eta'_p = (-)^{J'-J}$. Pour le cas opposé, il suffit de faire les changements suivants : $J_\lambda^A \rightleftharpoons J_\lambda^V$, $F_{A_1} \rightleftharpoons F_{V_2}$, $F_{A_2} \rightleftharpoons F_M$, $F_P \rightleftharpoons F_S$ et $F_T \rightleftharpoons F_{V_1}$.

1 - Spins entiers

$$\begin{aligned} \langle J', M', p' | J_\lambda^V | J, M, p \rangle = T_{\alpha_i, \alpha_{J'}}^{(M')\dagger} \left\{ \sum_{k=0}^{J_m} \left[F_{V_1}^{(k)} P_\lambda q_{\alpha_{J'}} q_{\beta_J} + F_S^{(k)} q_\lambda q_{\alpha_{J'}} q_{\beta_J} + F_M^{(k)} \frac{1}{2} (\delta_{\alpha_{J'} \lambda} q_{\beta_J} - \delta_{\beta_J \lambda} q_{\alpha_{J'}}) \right. \right. \\ \left. \left. + F_{V_2}^{(k)} \frac{1}{2} (\delta_{\alpha_{J'} \lambda} q_{\beta_J} + \delta_{\beta_J \lambda} q_{\alpha_{J'}}) \right] \right\} S_{\beta_i \beta_J}^{(M)} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} q_{\alpha_{J'-1}} q_{\beta_{k+1}} q_{\beta_{J-1}} \end{aligned} \quad (II.55)$$

$$\begin{aligned} \langle J', M', p' | J_\lambda^A | J, M, p \rangle = T_{\alpha_i, \alpha_{J'}}^{(M')\dagger} \left\{ \sum_{k=0}^{J_m} \left[F_{A_1}^{(k)} \delta_{\lambda \mu} \delta_{\alpha_{J'} \nu} \delta_{\beta_J \rho} + F_P^{(k)} q_\lambda q_\mu \delta_{\alpha_{J'} \nu} \delta_{\beta_J \rho} + F_T^{(k)} P_\lambda q_\mu \delta_{\alpha_{J'} \nu} \delta_{\beta_J \rho} \right. \right. \\ \left. \left. + F_{A_2}^{(k)} \delta_{\lambda \mu} q_\nu \frac{1}{2} (\delta_{\alpha_{J'} \rho} q_{\beta_J} + \delta_{\beta_J \rho} q_{\alpha_{J'}}) \right] \right\} S_{\beta_i \beta_J}^{(M)} \epsilon_{\mu \nu \rho \sigma} P_\sigma \delta_{\alpha_1 \beta_1} \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} q_{\alpha_{J'-1}} q_{\beta_{k+1}} q_{\beta_{J-1}} \end{aligned} \quad (II.56)$$

A la limite $k = J_m$, $F_M^{(J_m)}$ et $F_{V_2}^{(J_m)}$ sont confondus et $F_{A_1}^{(J_m)}$, $F_P^{(J_m)}$, $F_T^{(J_m)}$ n'existent pas. Si de plus $J'=J$, il n'y a pas de $F_{A_2}^{(J)}$, $F_M^{(J)}$ et $F_{V_2}^{(J)}$.

2 - Spins demi-entiers

$$\begin{aligned} \langle J', M', \mu' | J_\lambda^V | J, M, \mu \rangle = & \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-\frac{1}{2}}}^{(M')} \left\{ \sum_{k=0}^{J_m-\frac{1}{2}} \left[F_{V_1}^{(k)} P_\lambda q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} + F_S^{(k)} q_\lambda q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} + F_M^{(k)} i \sigma_{\lambda\mu} q_\mu q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} \right. \right. \\ & \left. \left. + F_{V_2}^{(k)} \frac{1}{2} (\delta_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}} \lambda} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} + \delta_{\beta_{J-\frac{1}{2}} \lambda} q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}}) \right] \right\} U_{\beta_1 \dots \beta_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} \dots q_{\alpha_{J'-\frac{3}{2}}} q_{\beta_{k+1}} \dots q_{\beta_{J-\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (II.57)$$

$$\begin{aligned} \langle J', M', \mu' | J_\lambda^A | J, M, \mu \rangle = & \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-\frac{1}{2}}}^{(M')} \left\{ \sum_{k=0}^{J_m-\frac{1}{2}} \left[F_{A_1}^{(k)} i \gamma_\lambda \gamma_5 q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} + F_P^{(k)} q_\lambda \gamma_5 q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} + F_T^{(k)} P_\lambda \gamma_5 q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} \right. \right. \\ & \left. \left. + F_{A_2}^{(k)} \frac{1}{2} (\delta_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}} \lambda} q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} - \delta_{\beta_{J-\frac{1}{2}} \lambda} q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}}) \gamma_5 \right] \right\} U_{\beta_1 \dots \beta_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} \dots q_{\alpha_{J'-\frac{3}{2}}} q_{\beta_{k+1}} \dots q_{\beta_{J-\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (II.58)$$

où $F_{A_2}^{(J)}$ et $F_{V_2}^{(J)}$ n'existent pas si $J = J'$.

Nous avons omis de faire figurer la dépendance des facteurs de forme en p'^2 , p^2 et q^2 . Lorsque l'état initial et l'état final appartiennent au même isomultiplet, les termes en F_{V_1} , F_M , F_{A_1} et F_P correspondent aux courants faibles de première classe, ceux en F_S , F_{V_2} , F_T et F_{A_2} aux courants de deuxième classe ; le vertex électromagnétique ne contient alors que des F_{V_1} et F_M .

On remarquera que les facteurs de forme ainsi définis ne sont pas sans dimensions. Nous aurions pu introduire des facteurs m^{-n} , m'^{-n} comme on le fait pour les nucléons. Les développements (II.55) à (II.58)

apparaîtraient ainsi comme une série en puissances de q/m et q/m' . Ceci donnerait une idée complètement erronée de l'ordre de grandeur relatif des différents termes. Pour un noyau, il est bien connu que les effets dus à un moment de transfert non nul ne sont pas caractérisés seulement par le paramètre q/m qui est en général très petit, mais plutôt par $qR \approx A^{1/3} q/m_\pi$ (effet de taille).

A titre d'exemple, nous traitons les vertex $2^+ - 1^-$ et $\frac{5}{2}^+ - \frac{3}{2}^+$:

$$\begin{aligned}
 \langle 2^+ | J_\lambda^V | 1^- \rangle = & F_{V_1}^{(1)} P_\lambda T_{\mu\nu}^{(M)\dagger} S_\nu^{(M)} q_\mu + F_S^{(1)} q_\lambda T_{\mu\nu}^{(M)\dagger} S_\nu^{(M)} q_\mu + F_{V_2}^{(1)} T_{\lambda\mu}^{(M)\dagger} S_\mu^{(M)} \\
 & + F_{V_1}^{(0)} P_\lambda T_{\mu\nu}^{(M)\dagger} S_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho + F_S^{(0)} q_\lambda T_{\mu\nu}^{(M)\dagger} S_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho \\
 & + F_M^{(0)} \frac{1}{2} [T_{\lambda\mu}^{(M)\dagger} S_\nu^{(M)} - T_{\mu\nu}^{(M)\dagger} S_\lambda^{(M)}] q_\mu q_\nu + F_{V_2}^{(0)} \frac{1}{2} [T_{\lambda\mu}^{(M)\dagger} S_\nu^{(M)} + T_{\mu\nu}^{(M)\dagger} S_\lambda^{(M)}] q_\mu q_\nu
 \end{aligned} \quad (II.59)$$

$$\begin{aligned}
 \langle 2^+ | J_\lambda^A | 1^- \rangle = & F_{A_2}^{(1)} \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} T_{\nu\sigma}^{(M)\dagger} S_\sigma^{(M)} q_\mu P_\rho + F_{A_1}^{(1)} \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} T_{\mu\sigma}^{(M)\dagger} S_\nu^{(M)} P_\rho q_\sigma + F_P^{(1)} q_\lambda \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} T_{\nu\tau}^{(M)\dagger} S_\rho^{(M)} q_\mu P_\sigma q_\tau \\
 & + F_T^{(0)} P_\lambda \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} T_{\nu\tau}^{(M)\dagger} S_\rho^{(M)} q_\mu P_\sigma q_\tau + F_{A_2}^{(0)} \frac{1}{2} \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} [T_{\nu\sigma}^{(M)\dagger} S_\tau^{(M)} + T_{\tau\sigma}^{(M)\dagger} S_\nu^{(M)}] q_\mu P_\rho q_\sigma q_\tau
 \end{aligned} \quad (II.60)$$

$$\begin{aligned}
 \langle \frac{5}{2}^+ | J_\lambda^V | \frac{3}{2}^+ \rangle = & F_{V_1}^{(1)} P_\lambda \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} \gamma_5 U_\nu^{(M)} q_\mu + F_S^{(1)} q_\lambda \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} \gamma_5 U_\nu^{(M)} q_\mu + F_M^{(1)} \bar{U}_{\lambda\mu}^{(M)} \gamma_5 U_\mu^{(M)} \\
 & + F_{V_2}^{(1)} \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} i\gamma_\lambda \gamma_5 U_\nu^{(M)} q_\mu + F_{V_1}^{(0)} P_\lambda \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} \gamma_5 U_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho + F_S^{(0)} q_\lambda \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} \gamma_5 U_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho \\
 & + F_M^{(0)} \frac{1}{2} [\bar{U}_{\lambda\mu}^{(M)} \gamma_5 U_\nu^{(M)} - \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} \gamma_5 U_\lambda^{(M)}] q_\mu q_\nu + F_{V_2}^{(0)} \bar{U}_{\mu\nu}^{(M)} i\gamma_\lambda \gamma_5 U_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho
 \end{aligned} \quad (II.61)$$

$$\begin{aligned}
\langle \frac{5}{2} | J_\lambda^A | \frac{3}{2} \rangle &= F_{A_1}^{(1)} \bar{v}_{\lambda\mu}^{(M')} U_\mu^{(M)} + F_P^{(1)} q_\lambda \bar{v}_{\mu\nu}^{(M')} U_\nu^{(M)} q_\mu + F_T^{(1)} P_\lambda \bar{v}_{\mu\nu}^{(M')} U_\nu^{(M)} q_\mu \\
&+ F_{A_2}^{(1)} \bar{v}_{\mu\rho}^{(M')} i\sigma_{\lambda\nu} U_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu + F_{A_1}^{(0)} \frac{1}{2} [\bar{v}_{\lambda\mu}^{(M')} U_\nu^{(M)} + \bar{v}_{\mu\nu}^{(M')} U_\lambda^{(M)}] q_\mu q_\nu \\
&+ F_P^{(0)} q_\lambda \bar{v}_{\mu\nu}^{(M')} U_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho + F_T^{(0)} P_\lambda \bar{v}_{\mu\nu}^{(M')} U_\rho^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho + F_{A_2}^{(0)} \bar{v}_{\mu\nu}^{(M')} i\sigma_{\lambda\rho} U_\sigma^{(M)} q_\mu q_\nu q_\rho
\end{aligned} \quad (II.62)$$

Les tableaux suivants présentent le nombre de facteurs de forme indépendants pour chaque courant avec les mêmes notations qu'en (II.31).

		F_{V_1}	F_S	F_M	F_{V_2}	Total
Spins entiers	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$	$J_m + 1 (J+1)$	$J_m + 1 (J+1)$	$J_m (J)$	$J_m + 1 (J)$	$4 J_m + 3 (4J+2)$
	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$	$J_m (J)$	$J_m (J)$	$J_m + 1 (J)$	$J_m (J)$	$4 J_m + 1 (4J)$
Spins demi-entiers	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J - \frac{1}{2})$	$4 J_m + 2 (4J+1)$
	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J - \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$4 J_m + 2 (4J+1)$

(II.63) COURANT VECTORIEL

		F_{A_1}	F_P	F_T	F_{A_2}	Total
Spins entiers	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$	$J_m (J)$	$J_m (J)$	$J_m (J)$	$J_m + 1 (J)$	$4 J_m + 1 (4J)$
	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$	$J_m + 1 (J)$	$J_m + 1 (J+1)$	$J_m + 1 (J+1)$	$J_m (J)$	$4 J_m + 3 (4J+2)$
Spins demi-entiers	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J - \frac{1}{2})$	$4 J_m + 2 (4J+1)$
	$\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$	$J_m + \frac{1}{2} (J - \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$J_m + \frac{1}{2} (J + \frac{1}{2})$	$4 J_m + 2 (4J+1)$

(II.64) COURANT AXIAL

VII - CONSEQUENCES DES HYPOTHESES C.V.C. ET P.C.A.C.

1 - Conséquences de la conservation du courant vectoriel

Nous avons démontré au paragraphe V.1 que le vertex du courant électromagnétique dans un isomultiplet satisfait automatiquement la condition $q_\lambda \Gamma_\lambda = 0$. Les facteurs de forme possibles sont tous des types $F_{V_1}^{(k)}$ et $F_M^{(k)}$ et la conservation du courant n'entraîne aucune relation nouvelle. Il n'en est pas de même pour des états d'isospins différents. Imposant la condition $\partial_\lambda J_\lambda^{e.l.m.} = 0$, nous trouvons d'après les décompositions (II.55) à (II.58) :

$$(m^2 - m'^2) F_{V_1}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + q^2 F_S^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + F_{V_2}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) = 0 \quad (\text{II.65})$$

ou, pour des spins demi-entiers avec $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$:

$$(m^2 - m'^2) F_{V_1}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + q^2 F_S^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) - (m'^2 + m^2) F_{V_2}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) = 0 \quad (\text{II.66})$$

Dans le cas $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$, à la limite $k = J = J'$, $F_{V_2}^{(k)}$ n'existe pas et (II.65) se réduit à une relation entre deux facteurs de forme. Au contraire, (II.66) devient une relation entre quatre facteurs de forme à la limite $k = J_m$ (sauf $J = J'$).

La conservation du courant vectoriel faible entraîne évidemment les mêmes relations (II.65) et (II.66) pour les facteurs de forme correspondants. Toutefois la théorie C.V.C. ne se limite pas à exiger la nullité de la divergence qui est plutôt une simple conséquence de l'hypothèse fondamentale. Celle-ci stipule en effet que les courants isovectoriels $J_\lambda^{e.l.m.}$, J_λ^V et $(-)^{\delta\lambda 4} J_\lambda^{V\dagger}$ appartiennent à la même représentation du groupe d'isospin (1). Dénotant par $J_\lambda^{V(+)}$ le courant faible vectoriel d'isospin 1 qui élève la charge (d'après les conventions habituelles, il correspond au courant $-J_\lambda^V$ ($I = 1, I_3 = 1$) du paragraphe V), nous avons les relations de commutation suivantes avec les générateurs T_1 et T_2 :

$$J_{\lambda}^{V(+)} = - \left[(T_1 + iT_2), J_{\lambda}^{e.l.m.} \right]$$

(II.67)

$$(-) \delta_{\lambda 4} J_{\lambda}^{V(+)\dagger} = \left[(T_1 - iT_2), J_{\lambda}^{e.l.m.} \right] = J_{\lambda}^{V(-)}$$

avec $J_{\lambda}^{V(-)} = J_{\lambda}^V (I=1, I_3=-1)$

Les méthodes habituelles de l'algèbre des moments angulaires permettent alors de prouver que chacun des facteurs de forme $F_{V_1, S, M, V_2}^{(k)}$ du vertex vectoriel faible est relié aux $F_{V_1, S, M, V_2}^{(k)}$ correspondants du vertex électromagnétique (ceci pour les courants ayant l'isospin 1). Ceci implique en particulier qu'ils soient réels et que dans un isomultiplet on ait :

$F_{V_2}^{(k)} = F_S^{(k)} = 0$ (on notera d'après (II.65) et (II.66) que la condition de divergence nulle n'est pas suffisante pour entraîner cette conséquence). En comparant (II.65) à (II.67), il est en effet facile de voir que J_{λ}^V appartient à la première classe si (II.67) est vérifié.

2 - Conséquences de la conservation partielle du courant axial

Nous définissons l'hypothèse P.C.A.C. par ⁽³⁾ :

$$\partial_{\lambda} J_{\lambda}^A(x) = m_{\pi}^2 f_{\pi} \Phi_{\pi}(x)$$

où $J_{\lambda}^A(x)$ représente le courant axial isovectoriel de première classe et $\Phi_{\pi}(x)$ le champ du méson π ; f_{π} est la constante de désintégration du pion chargé. Nous avons alors :

$$\langle J', M', p' | \partial_{\lambda} J_{\lambda}^A(0) | J, M, p \rangle = -i q_{\lambda} \Gamma_{\lambda}^A(J', M', p'; J, M, p) = \frac{m_{\pi}^2 f_{\pi}}{q^2 + m_{\pi}^2} \langle J', M', p' | j_{\pi}(0) | J, M, p \rangle \quad (\text{II.68})$$

avec $j_{\pi}(x) = -(\partial_{\mu} \partial_{\mu} - m_{\pi}^2) \Phi_{\pi}(x)$.

Il vient de manière analogue à (II.65) et (II.66) :

$$F_{A_1}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + q^2 F_P^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + (m^2 - m'^2) F_T^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) = - \frac{m_{\pi}^2 f_{\pi}}{q^2 + m_{\pi}^2} g_{\pi NN}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) \quad (\text{II.69})$$

ou pour des spins demi-entiers avec $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$

$$-(m'+m) F_{A_1}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + q^2 F_P^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) + (m^2 - m'^2) F_T^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) = - \frac{m_\pi^2 f_\pi}{q^2 + m_\pi^2} g_{\pi N'N}^{(k)}(p'^2, p^2, q^2) \quad (\text{II.70})$$

Les facteurs de forme $g_{\pi N'N}^{(k)}$ du vertex pionique (ou constantes effectives de couplage pion-noyau) sont définis comme suit :

spins entiers avec $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$:

$$\langle J', M', p' | j_\pi | J, M, p \rangle = i \sum_{k=0}^{J_m-1} g_{\pi N'N}^{(k)} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-1}}^{(M')\dagger} S_{\beta_1 \dots \beta_{J-1}}^{(M)} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q_\mu p_\sigma \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_{k+1} \beta_{k+1}} q_{\alpha_{k+2}} \dots q_{\alpha_{J'-1}} q_{\beta_{k+2}} \dots q_{\beta_{J-1}} \quad (\text{II.71})$$

spins entiers avec $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$:

$$\langle J', M', p' | j_\pi | J, M, p \rangle = i \sum_{k=0}^{J_m} g_{\pi N'N}^{(k)} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'}}^{(M')\dagger} S_{\beta_1 \dots \beta_J}^{(M)} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} \dots q_{\alpha_{J'}} q_{\beta_{k+1}} \dots q_{\beta_J} \quad (\text{II.72})$$

spins demi-entiers avec $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$:

$$\langle J', M', p' | j_\pi | J, M, p \rangle = i \sum_{k=0}^{J_m-\frac{1}{2}} g_{\pi N'N}^{(k)} \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-\frac{1}{2}}}^{(M')} \gamma_5 U_{\beta_1 \dots \beta_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} \dots q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{k+1}} \dots q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} \quad (\text{II.73})$$

spins demi-entiers avec $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$:

$$\langle J', M', p' | j_\pi | J, M, p \rangle = i \sum_{k=0}^{J_m-\frac{1}{2}} g_{\pi N'N}^{(k)} \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J'-\frac{1}{2}}}^{(M')} U_{\beta_1 \dots \beta_{J-\frac{1}{2}}}^{(M)} \delta_{\alpha_1 \beta_1} \dots \delta_{\alpha_k \beta_k} q_{\alpha_{k+1}} \dots q_{\alpha_{J'-\frac{1}{2}}} q_{\beta_{k+1}} \dots q_{\beta_{J-\frac{1}{2}}} \quad (\text{II.74})$$

Nous remarquons que notre méthode nous a permis d'obtenir au passage la décomposition la plus générale du vertex pionique.

Pour $q^2 = 0$, (II. 69) et (II.70) donnent les relations de

Goldberger-Treiman généralisées :

$$\begin{aligned} F_{A_1}^{(k)}(0) + (m^2 - m'^2) F_T^{(k)}(0) &= -f_\pi(0) g_{\pi N'N}^{(k)}(0) \\ F_{A_1}^{(k)}(0) + (m' - m) F_T^{(k)}(0) &= f_\pi(0) g_{\pi N'N}^{(k)}(0) / (m + m') \end{aligned} \quad (\text{II.75})$$

où la dépendance en p'^2 et p^2 ne figure pas explicitement. Toutefois, contrairement au cas des nucléons, on ne sait pas dans quelle mesure $g_{\pi N'N}(-m_\pi^2)$ est voisin de $g_{\pi N'N}(0)$, ce qui interdit de faire figurer la constante de couplage du pion physique au second membre de (II.75).

Comme les $F_P^{(k)}(q^2)$ sont les seuls facteurs de forme à présenter un pôle en $q^2 = -m_\pi^2$ (ceci parce que le pion ne peut être couplé que par un q_λ au courant axial), on aimerait pouvoir supposer que la contribution de ce pôle de pion reste dominante, comme cela semble le cas chez les nucléons, pour les valeurs de q^2 du genre espace qui nous intéressent pour les réactions nucléaires ($q^2 < \text{quelques } m_\pi^2$). Cependant l'effet de la taille nucléaire est si important dans cette région qu'une telle hypothèse n'est certainement pas vérifiée. On peut tenter d'en tenir compte approximativement en supposant que pour ces valeurs de q^2 , il est la cause essentielle de la variation des facteurs de forme $F_{A_1}(q^2)$ et $g_{\pi N'N}(q^2)$ et que cette variation est à peu près la même pour les deux :

$$F_{A_1}^{(k)}(q^2)/F_{A_1}^{(k)}(0) \approx g_{\pi N'N}^{(k)}(q^2)/g_{\pi N'N}^{(k)}(0)$$

Négligeant alors la contribution de F_T dans (II.69-70) et (II.75) à cause du facteur $(m'-m)$, on obtient :

$$F_{A_1}^{(k)}(q^2) \approx -f_\pi g_{\pi N'N}^{(k)}(q^2) \quad \text{ou} \quad +f_\pi g_{\pi N'N}^{(k)}(q^2)/(m'+m)$$

la variation de f_π pouvant être considérée comme négligeable.

On en déduit :

$$F_P^{(k)}(q^2) \approx -F_{A_1}^{(k)}(q^2)/(q^2+m_\pi^2)$$

ou bien

(II.76.)

$$F_P^{(k)}(q^2) \approx (m+m')F_{A_1}^{(k)}(q^2)/(q^2+m_\pi^2)$$

Ces hypothèses sont relativement grossières et doivent être vérifiées sur un modèle. C'est ce que nous ferons au chapitre IV quand nous aurons établi une méthode de calcul des facteurs de forme en approximation d'impulsion.

Nous avons donc établi dans ce chapitre un formalisme général pour le traitement des noyaux en particules élémentaires. Nous avons pu incorporer les effets des différentes symétries et contraintes imposées par la théorie. Il est alors possible en principe de calculer n'importe quelle réaction gouvernée par un courant si tous les facteurs de forme sont connus. La lecture des tableaux (II.63) et (II.64) montre toutefois que leur nombre est en général trop élevé pour qu'on puisse disposer d'assez d'informations pour une application intégrale de la méthode dans un calcul pratique. Des approximations sont donc nécessaires. On ne peut les effectuer que si on a une certaine compréhension de la signification physique des divers facteurs de forme. Par suite du caractère composite du noyau, ces derniers doivent plus ou moins refléter la distribution dans la matière nucléaire des divers courants à un ou plusieurs corps (courants de nucléons, courants d'échange). Nous entendons établir une correspondance entre les propriétés globales du noyau et celles de ses constituants élémentaires, donc entre notre méthode et les méthodes classiques utilisant l'approximation d'impulsion corrigée éventuellement par l'inclusion de termes d'échange. Pour avoir une relation simple, nous avons choisi notre base de vecteurs, qui est a priori arbitraire, aussi voisine que possible de celle des nucléons. Nous ne pensons cependant pas obtenir une identification complète entre facteurs de forme nucléaires et facteurs de forme de nucléons. En effet il ne convient pas d'exagérer la portée physique d'une décomposition fondée simplement sur l'invariance de Lorentz. Nous avons vu par exemple au paragraphe V qu'en dehors d'un isomultiplet, il est impossible d'attribuer une classe déterminée aux divers facteurs de forme. Nous espérons simplement que les identifications proposées au paragraphe VI sont assez voisines de la réalité au moins pour les faibles valeurs du moment de transfert.

Comme le formalisme multipolaire est l'instrument privilégié pour l'introduction des symétries en physique non relativiste, la comparaison entre notre méthode globale et les méthodes classiques de la physique nucléaire nécessite d'abord l'établissement d'une liaison entre les décompositions (II.55) à (58) et les développements multipolaires relativistes.

CHAPITRE III

RELATION ENTRE LE FORMALISME DE RARITA - SCHWINGER

ET LE FORMALISME MULTIPOLAIRE

Définissant dans l'espace de Minkowski un repère orthonormé lié à p et p' , on peut obtenir un développement multipolaire pour les composantes des vertex de courants sur ce repère. Dans un traitement symétrique de l'état initial et de l'état final, on choisit un repère $e_{\lambda}^{(a)}(P)$ lié au vecteur $P_{\lambda} = (p+p')_{\lambda}$ et construit par exemple comme en (II.6) à l'aide de la transformation de Lorentz pure $L(P)$, telle que $L(P) P_R = P$ avec $P_R = \{0, 0, 0; i \sqrt{-P^2}\}$:

$$e_{\lambda}^{(a)}(P) = L_{\lambda\mu}(P) e_{\lambda}^{(a)} \quad e_{\mu}^{(a)}(P) e_{\mu}^{(b)}(P) = (-)^{\delta_{a4}} \delta_{ab} \quad (\text{III.1})$$

En particulier, les vecteurs sphériques $e_{\lambda}^{(M)}(P)$ sont orthogonaux à P :

$$e_{\mu}^{(M)}(P) e_{\mu}^{(4)}(P) \equiv e_{\mu}^{(M)}(P) \frac{P_{\mu}}{\sqrt{-P^2}} = 0 \quad M = \pm 1, 0 \quad (\text{III.2})$$

Introduisant le moment relatif $\tilde{q} = q - \frac{P \cdot q}{P^2} P$, nous voyons que ses composantes sur les $e_{\lambda}^{(a)}(P)$ sont :

$$\tilde{q} = \{q_1, q_2, q_3; 0\} \quad \text{avec} \quad q_a = q_{\mu} e_{\mu}^{(a)}(P)$$

Le vecteur unitaire $\hat{\tilde{q}} = \tilde{q} / \sqrt{\tilde{q}^2}$ permet de définir les harmoniques sphériques $Y_{\ell, M}(\hat{\tilde{q}})$:

$$\sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1,\pm 1}(\hat{\tilde{q}}) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (q_1 \pm i q_2) / \sqrt{\tilde{q}^2} \quad (\text{III. 3})$$

$$\sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1,0}(\hat{\tilde{q}}) = q_3 / \sqrt{\tilde{q}^2}$$

avec :

$$\begin{aligned} \tilde{q}^2 &= q^2 - \frac{(P \cdot q)^2}{P^2} = - \frac{1}{P^2} [q^2 + (m' - m)^2] [q^2 + (m' + m)^2] \\ &= - \frac{1}{P^2} \lambda(q^2, m'^2, m^2) \end{aligned} \quad (\text{III. 4})$$

où $\lambda(q^2, m'^2, m^2)$ est la fonction habituelle de q^2 :

$$\lambda(q^2, m'^2, m^2) = q^4 + m'^4 + m^4 + 2m'^2 q^2 + 2m^2 q^2 - 2m'^2 m^2$$

On notera que dans le système de Breit ($\vec{P} = 0$), $e_{\lambda}^{(a)}(P) = e_{\lambda}^{(a)}$ et $\tilde{q}$ correspond au moment de transfert tridimensionnel $\vec{q}$.

D'après GALINDO et PASCUAL ⁽¹⁵⁾, nous pouvons alors écrire le développement multipolaire suivant pour des états canoniques :

$$\begin{aligned} \langle J', M', \mu' | J_{\lambda}(0) | J, M, \mu \rangle &= \sum_{\lambda=0, \pm 1} \langle J', M', \mu' | J_{\mu}(0) e_{\mu}^{(t)}(P) | J, M, \mu \rangle e_{\lambda}^{(t)\dagger}(P) \\ &\quad - \langle J', M', \mu' | J_{\mu}(0) e_{\mu}^{(4)}(P) | J, M, \mu \rangle e_{\lambda}^{(4)}(P) \end{aligned}$$

$$\langle J', M', \mu' | J \cdot e^{(t)}(P) | J, M, \mu \rangle = \mathcal{D}_{\alpha' M'}^{J \dagger} [R(\mu', P)] \mathcal{D}_{\alpha M}^J [R(\mu, P)] \quad (\text{III. 5})$$

$$\sum_{\ell j} (-1)^{J' - \alpha' + \ell} C(J J' j; -\alpha, \alpha') C(\ell 1 j; \alpha' - \alpha - \ell, \ell) \sqrt{4\pi} Y_{\ell, \alpha' - \alpha - \ell}(\hat{\tilde{q}}) a^{(j, \ell)}(\mu'^2, \mu^2, q^2)$$

$$\langle J'M', p' | J, e^{(4)}(P) | J, M, p \rangle = \mathcal{D}_{\alpha'M'}^{J'+1} [R(p', P)] \mathcal{D}_{\alpha M}^J [R(p, P)]$$

$$\sum_j (-)^{J'-\alpha'} C(JJ'j; -\alpha, \alpha') \sqrt{4\pi} Y_{j, \alpha-\alpha'}(\hat{q}) a^{(j)}_{(p'^2, p^2, q^2)}$$

Les $a^{(j, \ell)}_{(p'^2, p^2, q^2)}$ et $a^{(j)}_{(p'^2, p^2, q^2)}$ sont les facteurs de forme invariants. $R(p, P)$ désigne la rotation de Wigner $\{L^{-1}(P) L^{-1}(p, P) L(p)\}$, $L(p, P)$ étant la transformation de Lorentz qui change $e_{\lambda}^{(4)}(P) = P_{\lambda} / \sqrt{-P^2} \equiv \hat{P}_{\lambda}$ en $e_{\lambda}^{(4)}(p) = p_{\lambda} / m \equiv \hat{p}_{\lambda}$ et laisse invariant le plan défini par p et P . Nous donnons ci-dessous la représentation vectorielle de cette transformation (28) :

$$L_{\mu\nu}(p, P) = \delta_{\mu\nu} + \frac{1}{1 - \hat{p} \cdot \hat{P}} \left[\hat{P}_{\mu} \hat{P}_{\nu} + \hat{p}_{\mu} \hat{p}_{\nu} + \hat{P}_{\mu} \hat{p}_{\nu} - (1 - 2 \hat{p} \cdot \hat{P}) \hat{p}_{\mu} \hat{P}_{\nu} \right] \quad (\text{III.6})$$

Nous remarquons que les développements (III.5) ont une apparence non relativiste et sont tout à fait adaptés à une comparaison avec les méthodes traditionnelles de la physique nucléaire. Ils représentent la forme relativiste du théorème de Wigner-Eckart. La présence des matrices de rotation provient du fait que les projections des spins M et M' ne peuvent être mesurées que sur des systèmes d'axes différents $e_{\lambda}(p)$ et $e_{\lambda}(p')$, les deux particules n'étant pas simultanément au repos. On ne peut donc additionner les moments angulaires qu'en passant par un repère intermédiaire commun, ici les $e_{\lambda}^{(a)}(P)$.

Au lieu de prendre des états canoniques, on peut définir les

$|J, M, p\rangle$ à l'aide de la transformation $L'(p) = L(p, P) L(P)$:

$$|J, M, p\rangle = U[L(p, P) L(P)] |J, M, p_R\rangle$$

Les matrices de rotation disparaissent alors des expressions (III.5). De même, avec cette définition, nous devons simplement remplacer les fonctions d'onde de spin $T(p) = L(p) T(p_R)$ par $T'(p) = L(p, P) L(P) T(p_R)$ dans les développements du chapitre II. Toutes les propriétés que nous avons établies

demeurent valables, car les nouveaux états se transforment de la même façon que les états canoniques sous les opérations que nous avons envisagées. Comme nous l'avons déjà écrit plus haut, les facteurs de forme restent les mêmes, tout le changement étant absorbé par les $V_{\lambda}^{(i)}$. Nous pouvons alors établir une correspondance entre les facteurs de forme multipolaires $a^{(j,\ell)}$ et $a^{(j)}$ et les $F^{(k,\alpha)}$ et $\bar{F}^{(k,\alpha)}$ définis au chapitre II. Comparant les développements (III.5) et (II.30), nous obtenons les égalités :

$$\sum_{k;\alpha=A,B,C} \left[F^{(k,\alpha)} V_{\mu}^{(k,\alpha)}(M',M) + \bar{F}^{(k,\alpha)} \bar{V}_{\mu}^{(k,\alpha)}(M',M) \right] e_{\mu}^{(t)}(P) \\ = \sum_{j,\ell} C(j,\ell; M',M,t) Y_{\ell, M-M'+t}(\hat{q}) a^{(j,\ell)} \quad (\text{III.7})$$

$$\sum_{k,\alpha} \left[F^{(k,\alpha)} V_{\mu}^{(k,\alpha)}(M',M) + \bar{F}^{(k,\alpha)} \bar{V}_{\mu}^{(k,\alpha)}(M',M) \right] e_{\mu}^{(t)}(P) \\ = \sum_j C(j; M',M) Y_{j, M-M'}(\hat{q}) a^{(j)}$$

où nous n'avons pas fait figurer explicitement les divers facteurs contenus dans les $C(j,\ell; M',M,t)$ et $C(j; M',M)$. A la première ligne, nous avons utilisé le fait que $V_{\lambda}^{(k,D)}$ est parallèle à P_{λ} pour limiter la somme sur α . Les autres $V_{\lambda}^{(i)}$ ne sont pas tous orthogonaux à P_{λ} . Toutefois, d'après les tableaux (II.21) et (II.29), on peut toujours écrire :

$$V_{\mu}^{(k,\alpha)} e_{\mu}^{(t)}(P) = g^{(\alpha)}(q^2) V_{\mu}^{(k,D)} e_{\mu}^{(t)}(P) \quad \text{avec} \quad g^{(D)}(q^2) = 1$$

La seconde ligne de (III.7) devient alors :

$$\sum_{k,\alpha} \left[g^{(\alpha)} F^{(k,\alpha)} V_{\mu}^{(k,D)} + \bar{g}^{(\alpha)} \bar{F}^{(k,\alpha)} \bar{V}_{\mu}^{(k,D)} \right] e_{\mu}^{(k)}(P) \quad (III.8)$$

$$= \sum_j C(j; M', M) Y_{j, M-M'}(\hat{q}) a^{(j)}$$

Un simple comptage montre que le nombre des fonctions de base $C(j, \ell; M', M, t)$ $Y_{\ell, M-M'+t}$ est bien le même que celui des $V_{\lambda}^{(k; A, B, C)}$ soit $3(2J_m+1)$ et qu'il y a autant de $C(j; M', M) Y_{j, M-M'}$ que de $V_{\lambda}^{(k, D)}$ et $\bar{V}_{\lambda}^{(k, D)}$, soit $(2J_m+1)$. Le système (III.7-8) est donc soluble en principe si on connaît la matrice de transformation qui relie les deux ensembles de fonctions. Il s'agit en somme d'un problème de passage d'une base cartésienne à une base sphérique et vice-versa.

Nous devons chercher des matrices $K_{j, \ell; k\alpha}$ et $\bar{K}_{j; k}$ telles que :

$$V_{\mu}^{(k,\alpha)} e_{\mu}^{(t)}(P) = \sum_{j, \ell} K_{j\ell; k\alpha} (-)^{J-M'+t} C(JJ'j; -M, M') C(\ell 1 j; M'-M+t, t) \sqrt{4\pi} Y_{\ell, M-M'+t}(\hat{q}) \quad (III.9)$$

$$V_{\mu}^{(k,D)} e_{\mu}^{(k)}(P) = \sum_j K_{j; k} (-)^{J-M'} C(JJ'j; -M, M') \sqrt{4\pi} Y_{j, M-M'}(\hat{q})$$

ainsi que les matrices $\bar{K}$ correspondant aux $\bar{V}_{\lambda}$.

Il vient alors :

$$a^{(j, \ell)} = \sum_{k; \alpha=A, B, C} \left[K_{j\ell; k\alpha} F^{(k,\alpha)} + \bar{K}_{j\ell; k\alpha} \bar{F}^{(k,\alpha)} \right] \quad (III.10)$$

$$a^{(j)} = \sum_{k; \alpha} \left[K_{j; k} g^{(\alpha)} F^{(k,\alpha)} + \bar{K}_{j; k} \bar{g}^{(\alpha)} \bar{F}^{(k,\alpha)} \right]$$

ou bien, par inversion des matrices K et $\bar{K}$:

$$F^{(k,\alpha)} = \sum_{j,l} K_{k\alpha;jl}^{-1} a^{(j,l)} \quad \alpha = A, B, C$$

$$\sum_{\alpha} g^{(\alpha)} F^{(k,\alpha)} = \sum_j K_{k;j}^{-1} a^{(j)} \quad (\text{III.11})$$

$$F^{(k,D)} = \sum_j K_{k;j}^{-1} a^{(j)} - \sum_{j,l;\alpha=A,B,C} g^{(\alpha)} K_{k\alpha;jl}^{-1} a^{(j,l)}$$

On obtient évidemment les relations correspondantes pour les $\bar{F}^{(k,\alpha)}$ en changeant K^{-1} en $\bar{K}^{-1}$ et $g^{(\alpha)}$ en $\bar{g}^{(\alpha)}$.

I - Détermination des matrices K et $\bar{K}$

Comme les deux ensembles de facteurs de forme sont invariants, il en va de même des matrices de passage. Il est particulièrement commode de les déterminer dans le système de Breit. Les transformations $L(P)$ et $L(p, P)$ se réduisent alors respectivement à l'identité et à $L(p)$. Le repère orthonormé lié à P est constitué par les $e_{\lambda}^{(a)}$ définis en (II. 3). Les composantes spatiales de p' et p sont simplement $\vec{q}/2$ et $-\vec{q}/2$. On obtiendra des formules générales en remplaçant $p_0, p'_0, |\vec{q}|$ par les invariants dont ils sont la valeur dans le système de Breit :

$$\begin{aligned} |\vec{q}|^2 &\rightarrow -\frac{\lambda}{P^2} & p_0 + p'_0 &\rightarrow \sqrt{-P^2} \\ p_0 + m &\rightarrow \frac{(\sqrt{-P^2} + \Sigma)(\sqrt{-P^2} - \Delta)}{2\sqrt{-P^2}} & p'_0 + m' &\rightarrow \frac{(\sqrt{-P^2} + \Sigma)(\sqrt{-P^2} + \Delta)}{2\sqrt{-P^2}} \quad (\text{III.12}) \\ p_0 - m &\rightarrow \frac{\lambda}{2\sqrt{-P^2}(\sqrt{-P^2} + \Sigma)(\sqrt{-P^2} - \Delta)} & p'_0 - m' &\rightarrow \frac{\lambda}{2\sqrt{-P^2}(\sqrt{-P^2} + \Sigma)(\sqrt{-P^2} + \Delta)} \end{aligned}$$

avec $\Sigma = m' + m$ et $\Delta = m' - m$

Nous démontrons ainsi les propriétés suivantes des vecteurs élémentaires $e_{\lambda}^{(m)}(p)$ et $e_{\lambda}^{(m')\dagger}(p')$:

$$e_{\mu}^{(m)}(p) e_{\mu}^{(t)}(p) = (-)^m \delta_{m,-t} + \frac{\lambda}{2m\sqrt{-P^2}(\sqrt{-P^2+\Sigma})(\sqrt{-P^2-\Delta})} \frac{4\pi}{3} Y_{1,m}(\hat{q}) Y_{1,t}(\hat{q})$$

$$e_{\mu}^{(m')\dagger}(p') e_{\mu}^{(t)}(p) = \delta_{m',t} + \frac{\lambda}{2m'\sqrt{-P^2}(\sqrt{-P^2+\Sigma})(\sqrt{-P^2+\Delta})} \frac{4\pi}{3} Y_{1,m'}^*(\hat{q}) Y_{1,t}(\hat{q})$$

(III.13)

$$e_{\mu}^{(m)}(p) e_{\mu}^{(4)}(p) = \frac{\lambda^{1/2}}{2m\sqrt{-P^2}} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} Y_{1,m}(\hat{q}) \quad e_{\mu}^{(m')\dagger}(p') e_{\mu}^{(4)}(p) = \frac{-\lambda^{1/2}}{2m'\sqrt{-P^2}} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} Y_{1,m'}^*(\hat{q})$$

$$e_{\mu}^{(m)}(p) q_{\mu} = \frac{\lambda^{1/2}}{2m} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} Y_{1,m}(\hat{q}) \quad e_{\mu}^{(m')\dagger}(p') q_{\mu} = \frac{\lambda^{1/2}}{2m'} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/2} Y_{1,m'}^*(\hat{q})$$

$$e_{\mu}^{(m')\dagger}(p') e_{\mu}^{(m)}(p) = \delta_{mm'} + \frac{q^2 + (m'-m)^2}{2mm'} \frac{4\pi}{3} Y_{1,m'}^*(\hat{q}) Y_{1,m}(\hat{q})$$

La forme un peu compliquée du produit scalaire de la dernière ligne exprime le fait que les systèmes d'axes liés à p et p' ne peuvent être identiques que lorsque les deux particules sont simultanément au repos ($q^2 = -\Delta^2$). Le second terme reste très petit pour des moments de transfert négligeables devant la masse des noyaux.

Nous effectuons de la même façon quelques opérations élémentaires sur les spineurs $v(p')$ et $u(p)$:

* Dans la suite de ce chapitre, il est sous-entendu que les fonctions d'onde de spin sont définies à partir de la transformation $L(p, P)L(P)$ et non $L(p)$.

$$\bar{v}^{(M')}(\mathbf{p}') u^{(M)}(\mathbf{p}) = \left[\frac{-P^2 - \Delta^2}{4mm'} \right]^{1/2} \delta_{MM'} \quad \bar{v}^{(M')}(\mathbf{p}') \gamma_5 u^{(M)}(\mathbf{p}) = (-)^{M'-M} \left(\frac{\lambda}{4mm'(-P^2 - \Delta^2)} \right)^{1/2} C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; M, M', M\right) \sqrt{4\pi} Y_{1, M-M'}(\hat{\mathbf{q}})$$

$$\bar{v}^{(M')}(\mathbf{p}') i \sigma_{\mu\nu} q_\nu u^{(M)}(\mathbf{p}) e_\mu^{(t)}(\mathbf{p}) = (m' m) \left(\frac{\lambda}{4mm'(-P^2 - \Delta^2)} \right)^{1/2} \left[-C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; M, M', M\right) C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; M, M', M\right) \sqrt{8\pi} Y_{1, M-M'}(\hat{\mathbf{q}}) \right. \\ \left. + \frac{m' m}{\sqrt{-P^2}} \delta_{MM'} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/2} Y_{1, t}(\hat{\mathbf{q}}) \right]$$

$$\bar{v}^{(M')}(\mathbf{p}') i \sigma_{\mu\nu} q_\nu u^{(M)}(\mathbf{p}) e_\mu^{(u)}(\mathbf{p}) = -\lambda \left[\frac{1}{4mm' P^2 (P^2 + \Delta^2)} \right]^{1/2} \delta_{MM'}$$

(III.14)

$$\bar{v}^{(M')}(\mathbf{p}') i \gamma_\mu \gamma_5 u^{(M)}(\mathbf{p}) e_\mu^{(t)}(\mathbf{p}) = \left(\frac{-P^2 - \Delta^2}{4mm'} \right)^{1/2} \left[\sqrt{3} C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; M, t, M'\right) \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{\sqrt{-P^2} (P^2 + \Delta^2) (\sqrt{-P^2} + \Sigma)} (-)^{M'-M} C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; M, M', M\right) \frac{4\pi\sqrt{3}}{3} Y_{1, t}(\hat{\mathbf{q}}) Y_{1, M-M'}(\hat{\mathbf{q}}) \right]$$

$$\bar{v}^{(M')}(\mathbf{p}') i \gamma_\mu \gamma_5 u^{(M)}(\mathbf{p}) e_\mu^{(u)}(\mathbf{p}) = (-)^{M'-M} \frac{m' m}{\sqrt{-P^2}} \left(\frac{\lambda}{4mm'(-P^2 - \Delta^2)} \right)^{1/2} C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; M, M', M\right) \sqrt{4\pi} Y_{1, M-M'}(\hat{\mathbf{q}})$$

Les relations (III.13) et (III.14) permettent d'exprimer les $V_\lambda^{(k, \alpha)}$ sur une base d'harmoniques sphériques $Y_\ell(\hat{\mathbf{q}})$ suivant la forme cherchée (III.9). Nous donnons simplement le principe du calcul avant de passer aux résultats. Par suite des propriétés de symétrie des tenseurs de polarisation, il est commode de construire ces derniers en couplant parallèlement trois tenseurs décrivant des spins $k, J-k-1, 1$, k représentant comme au chapitre II, le nombre de contractions entre T et S :

$$S_{\beta_1 \dots \beta_J}^{(J, M)} = \left\{ \left[S_{\beta_1 \dots \beta_k}^{(k, m_1)} \otimes S_{\beta_{k+1} \dots \beta_{J-1}}^{(J-k-1, m_2)} \right]^{J-1, m_1+m_2} \otimes S_{\beta_J}^{(1, m_3)} \right\}^{J, M} \quad (\text{III.15})$$

Revenant aux tenseurs $W_{\mu\nu}^{(k)}$ définis au chapitre II, nous devons calculer des quantités telles que $S_{\beta_1 \dots \beta_\ell}^{(\ell, m_2)} q_{\beta_1} \dots q_{\beta_\ell}$, $T_{\alpha_1 \dots \alpha_k}^{(k, m'_1)} S_{\alpha_1 \dots \alpha_k}^{(k, m_1)}$, ...

Utilisant les propriétés des coefficients de Clebsch-Gordan en couplage parallèle, on trouve d'après (III.13) :

$$S_{\beta_1 \dots \beta_\ell}^{(\ell, m_2)} q_{\beta_1} \dots q_{\beta_\ell} = \left(\frac{\lambda}{4m^2} \right)^{\ell/2} \left[\frac{\ell!}{(2\ell-1)!!} \right]^{1/2} \left(\frac{4\pi}{2\ell+1} \right)^{1/2} Y_{\ell, m_2}(\hat{q}) \quad (\text{III.16})$$

Posant $\frac{q^2 + \Delta^2}{2mm'} = \eta$, on obtient de même :

(III.17)

$$T_{\alpha_1 \dots \alpha_k}^{(k, m'_1)} S_{\alpha_1 \dots \alpha_k}^{(k, m_1)} = \sum_n C_k^n \eta^n \frac{n!}{(2n-1)!!} \sum_{\lambda} C(k, n, n, k; \lambda, m'_1 - \lambda) C(k, n, n, k; \lambda, m_1 - \lambda) \frac{4\pi}{2n+1} Y_{n, m'_1 - \lambda}^*(\hat{q}) Y_{n, m_1 - \lambda}(\hat{q})$$

Il ne reste plus qu'à calculer les $W_{\mu\nu}^{(k)}$ et les $V_{\lambda}^{(k, \alpha)}$ en recouplant les divers moments angulaires par les méthodes traditionnelles de Racah. Le même procédé s'applique aux spins demi-entiers en couplant parallèlement un spineur élémentaire u ou v au tenseur (III.15). Nous avons utilisé les définitions de ROSE⁽²⁹⁾ pour les divers coefficients de Clebsch-Gordan $C(j_1 j_2 j_3; m_1, m_2, m_3)$, Racah $W(abcd; ef)$ et $9j$ $X(abc; def; ghi)$. Nous obtenons les résultats suivants :

1) Spins entiers

$$K_{j\ell; kA(B)} = \left(\frac{1}{4mm'} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k-1}{2}} \sum_{n=0}^k C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left\{ m' (-)^{J+J'-j} \left(\frac{[2(J'-n)-1][2(J'-n)+1]}{[J'-n]} \right)^{1/2} W(J'-n-1, J'-n, \ell, j; 1, J-n) C(J-n, J'-n-1, \ell; 00) \right. \\ \left. \pm m \left(\frac{[2(J-n)-1][2(J-n)+1]}{[J-n]} \right)^{1/2} W(J-n-1, J-n, \ell, j; 1, J-n) C(J-n, J-n-1, \ell; 00) \right. \\ \left. - (\sqrt{P^2} - \Sigma) \left[\frac{(\sqrt{P^2} - \Delta) \pm (\sqrt{P^2} + \Delta)}{2\sqrt{P^2}} \right] \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} C(J-n, J'-n, j; 00) C(j1\ell; 00) \right\} \quad (\text{III.18})$$

où les signes + et - correspondent respectivement à $\alpha = A$ et $\alpha = B$.

$$K_{j\ell; KC} = -\left(\frac{4mm'}{-P^2}\right)\left(\frac{\lambda}{4mm'}\right)^{\frac{J+J'-2k+1}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left(\frac{1}{2j+1}\right)^{1/2} C(J-n, J'-n, j; 00) C(j1\ell; 00) \quad (\text{III.19})$$

$$K_{j; k} = -\sqrt{-P^2} \left(\frac{\lambda}{4mm'}\right)^{\frac{J+J'-2k}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left(\frac{1}{2j+1}\right)^{1/2} C(J-n, J'-n, j; 00) \quad (\text{III.20})$$

$$\bar{K}_{j\ell; kA} = \sqrt{-P^2} \left(\frac{\lambda}{4mm'}\right)^{\frac{J+J'-2k-2}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left\{ \left(\frac{6[2(J'-n)-1][2(J'-n)+1][2(J-n)-1][2(J-n)+1]}{[J'-n][J-n]} \right)^{1/2} \right. \\ \left. \times (\ell, 1, j; J'-n-1, 1, J'-n; J-n-1, 1, J-n) C(J-n-1, J'-n-1, \ell; 00) \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{-P^2}-\Sigma}{\sqrt{-P^2}} C(J-n, J'-n, \ell; 00) \left[\frac{\sqrt{-P^2}-\Delta}{2m'} (-)^{J+J'-j} \left(\frac{[2(J-n)+1][J-n+1]}{[J-n]} \right)^{1/2} W(J-n, 1, J'-n, \ell; J-n, j) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\sqrt{-P^2}+\Delta}{2m} \left(\frac{[2(J'-n)+1][J'-n+1]}{[J'-n]} \right) W(J'-n, 1, J-n, \ell; J'-n, j) \right] \right\} \quad (\text{III.21})$$

$$\bar{K}_{j\ell; kB} = \left(\frac{\lambda}{4mm'}\right)^{\frac{J+J'-2k}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left[m' \left(\frac{[2(J'-n)+1][J'-n+1]}{[J'-n]} \right)^{1/2} W(J'-n, 1, J-n, \ell; J'-n, j) \right. \\ \left. + m (-)^{J+J'-j} \left(\frac{[2(J-n)+1][J-n+1]}{[J-n]} \right)^{1/2} W(J-n, 1, J'-n, \ell; J-n, j) \right] C(J-n, J'-n, \ell; 00) \quad (\text{III.22})$$

$$\bar{K}_{j\ell; kC} = -\frac{4mm'}{\sqrt{-P^2}} \left(\frac{\lambda}{4mm'}\right)^{\frac{J+J'-2k}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left[\left(\frac{[2(J-n)-1][2(J-n)+1][2(J'-n)+1][J'-n+1]}{[J-n][J'-n]} \right)^{1/2} \right. \\ \left. \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} W(1, J'-n, J-n-1, j; J'-n, J-n) C(J-n-1, J'-n, j; 00) C(j1\ell; 00) \right] \quad (\text{III.23})$$

$$\bar{K}_{j; k} = -\sqrt{-4mm'P^2} \left(\frac{\lambda}{4mm'}\right)^{\frac{J+J'-2k-1}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_n(JJ'j) \left[\left(\frac{[2(J-n)+1][2(J-n)-1][2(J'-n)+1][J'-n+1]}{[J-n][J'-n]} \right)^{1/2} \right. \\ \left. \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} W(1, J'-n, J-n-1, j; J'-n, J-n) C(J-n-1, J'-n, j; 00) \right] \quad (\text{III.24})$$

avec

$$f_n(JJ'j) = (-)^{J'+n} \left(\frac{m}{m'} \right)^{\frac{J'-J}{2}} \left(\frac{[2J+1][2J'+1][J-n]![J'-n]!}{[2(J-n)-1]!![2(J'-n)-1]!!} \right)^{1/2} W(J, J-n, J', J'-n; n, j)$$

2) Spins demi-entiers

$$K_{j\ell; kA} = \frac{\sqrt{-P^2 - \Delta^2}}{4mm'} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k-2}{2}} \sum_{n=0}^k C_k^n \eta^{k-n} f_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) \left[m' \left(\frac{2[J'-n-1]2[J-n]}{[J'-n-\frac{1}{2}]} \right)^{1/2} W(\ell, J-n-\frac{1}{2}, 1, J'-n-\frac{1}{2}; J'-n-\frac{3}{2}, j) \right. \\ \left. C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{3}{2}, \ell; 00) - m(-)^{J+J'-j} \left(\frac{2[J-n-1]2[J-n]}{[J-n-\frac{1}{2}]} \right)^{1/2} W(\ell, J'-n-\frac{1}{2}, 1, J-n-\frac{1}{2}; J-n-\frac{3}{2}, j) C(J'-n-\frac{1}{2}, J-n-\frac{3}{2}, \ell; 00) \right. \\ \left. - (\sqrt{-P^2 - \Sigma}) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1\ell; 00) \right] \quad (\text{III. 25})$$

$$K_{j\ell; kB} = \left(\frac{\Sigma^2}{-P^2 - \Delta^2} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} \left[h_{n+\frac{1}{2}}(-)^{J+J'-j+1} \sqrt{6(2\ell+1)} \sum_{j'} \left[C(\ell 1 j'; 00) C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j'; 00) \right. \right. \\ \left. \left. W(j1\ell 1; j'1) X(J-n-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, J-n; J'-n-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, J'-n; j'1j) \right] - \frac{m'-m}{\sqrt{-P^2}} f_{n+\frac{1}{2}} C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1\ell; 00) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{III. 26})$$

$$\left. W(j1\ell 1; j'1) X(J-n-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, J-n; J'-n-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, J'-n; j'1j) \right] - \frac{m'-m}{\sqrt{-P^2}} f_{n+\frac{1}{2}} C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1\ell; 00) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} \Bigg\}$$

$$K_{j\ell; kC} = - \left(\frac{P^2 + \Delta^2}{P^2} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1\ell; 00) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} \quad (\text{III. 27})$$

$$K_{j; k} = - \left[\frac{P^2(P^2 + \Delta^2)}{4mm'} \right]^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k-1}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} f_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} \quad (\text{III. 28})$$

$$\bar{K}_{jl; kA} = \left(\frac{-P^2 \Delta^2}{4mm'} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k-1}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} \left[h_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) (-)^{J+J'-j} X(J-n-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, J-n; J'-n-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, J'-n; l1j) \right. \\ \left. C(J-n-\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, l; 00) - \frac{\sqrt{-P^2-\Sigma}}{\sqrt{-P^2}} \bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) \left(\frac{3}{2j+1} \right)^{1/2} C(J-n+\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1l; 00) \right] \quad (\text{III. 29})$$

$$\bar{K}_{jl; kB} = \left(\frac{1}{-4mm'(P^2+\Delta^2)} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k-1}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} \left\{ \bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) \left[m' \left(\frac{2[J'-n-1]2[J'-n]}{[J'-n-\frac{1}{2}]} \right)^{1/2} \right. \right. \\ \left. \left. W(1, J'-n-\frac{1}{2}, l, J-n+\frac{1}{2}; J'-n-\frac{3}{2}, j) C(J-n+\frac{1}{2}, J'-n-\frac{3}{2}, l; 00) - \frac{(\sqrt{-P^2-\Sigma})(\sqrt{-P^2-\Delta})}{2V-P^2} \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} C(J-n+\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1l; 00) \right] \right. \\ \left. - \bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) \left[m \left(\frac{2[J-n-1]2[J-n]}{[J-n-\frac{1}{2}]} \right)^{1/2} (-)^{J+J'-j} W(1, J-n-\frac{1}{2}, l, J'-n+\frac{1}{2}; J-n-\frac{3}{2}, j) C(J'-n+\frac{1}{2}, J-n-\frac{3}{2}, l; 00) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(\sqrt{-P^2-\Sigma})(\sqrt{-P^2+\Delta})}{2V-P^2} \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} C(J'-n+\frac{1}{2}, J-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1l; 00) \right] \right\} \quad (\text{III. 30})$$

$$\bar{K}_{jl; kC} = - \left(\frac{4mm'}{P^2(P^2+\Delta^2)} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k+1}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} \bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} C(J-n+\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) C(j1l; 00) \quad (\text{III. 31})$$

$$\bar{K}_{j; k} = - \left(\frac{P^2}{P^2+\Delta^2} \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{4mm'} \right)^{\frac{J+J'-2k}{2}} \sum_n C_k^n \eta^{k-n} \bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) \left(\frac{1}{2j+1} \right)^{1/2} C(J-n+\frac{1}{2}, J'-n-\frac{1}{2}, j; 00) \quad (\text{III. 32})$$

avec les définitions suivantes pour $h_{n+\frac{1}{2}}$, $\bar{f}_{n+\frac{1}{2}}$ et $\bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}$:

$$h_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) = (-)^{J'+n+\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{m'} \right)^{\frac{J'-J}{2}} \left(\frac{[2J+1][2J'+1][2(J-n)+1][2(J'-n)+1][J-n-\frac{1}{2}]![J'-n-\frac{1}{2}]!}{[2(J-n-1)]!! [2(J'-n-1)]!!} \right)^{1/2} \sqrt{6} W(J, J-n, J', J'-n; n, j)$$

$$\bar{f}'_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) = (-)^{J'+n+\frac{3}{2}} \left(\frac{m}{m'} \right)^{\frac{J'-J}{2}} \left(\frac{[2J+1][2J'+1][J+1][J-n-\frac{1}{2}]![J'-n-\frac{1}{2}]!}{[2n+1][J-n][2(J-n-1)]!! [2(J'-n-1)]!!} \right)^{1/2} W(J, J-n+\frac{1}{2}, J', J'-n-\frac{1}{2}; n+\frac{1}{2}, j)$$

$$\bar{f}_{n+\frac{1}{2}}(JJ'j) = (-)^{J'+n+\frac{3}{2}} \left(\frac{m}{m'} \right)^{\frac{J'-J}{2}} \left(\frac{[2J+1][2J'+1][J+1][J-n-\frac{1}{2}]![J'-n-\frac{1}{2}]!}{[2n+1][J'-n][2(J-n-1)]!! [2(J'-n-1)]!!} \right)^{1/2} W(J', J'-n+\frac{1}{2}, J, J-n-\frac{1}{2}; n+\frac{1}{2}, j)$$

La forme compliquée des matrices (III.18) à (III.32) révèle la grande différence entre une base cartésienne et une base sphérique : il n'y a pas de relation simple entre un multipôle donné et les facteurs de forme $F^{(k, \alpha)}$ et vice versa. Toutefois, on peut remarquer la présence dans toutes les matrices K et $\bar{K}$ de coefficients de Clebsch-Gordan de "parité" $C(j_1, j_2, l; 00)$ qui sont nuls si $(-)^l = (-)^{j_1+j_2+1}$. Les $K_{j, l; k, A, B, C}$ et $\bar{K}_{j, l; k}$ possibles correspondent donc respectivement à $(-)^l = (-)^{J'-J+1}$ et $(-)^j = (-)^{J'-J}$. Pour les $\bar{K}$, on trouve de même : $(-)^l = (-)^{J'-J}$ et $(-)^j = (-)^{J'-J+1}$. Ces restrictions traduisent simplement les effets de la parité. Reprenant les résultats du chapitre II. § IV.1, on voit en effet que pour $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J}$ un courant vectoriel se développe sur les $V_\lambda^{(k, \alpha)}$ et un courant axial sur les $\bar{V}_\lambda^{(k, \alpha)}$. Les décompositions sont inversées lorsque les parités satisfont la condition $\eta_P \eta'_P = (-)^{J'-J+1}$. Dans les deux cas, on trouve que les $a^{(j, l)}$ doivent vérifier : $(-)^l = \epsilon_P \eta_P \eta'_P$ et les $a^{(j)}$: $(-)^j = -\epsilon_P \eta_P \eta'_P$, comme on pouvait le prévoir par un raisonnement élémentaire.

L'ensemble des expressions (III.18 à 32) met en évidence certaines singularités cinématiques des facteurs de forme multipolaires : points de branchement à $P^2 = 0$ (soit $q^2 = -2m^2 - 2m'^2$), $P^2 = -\Delta^2$ ($q^2 = -\sum^2$), facteurs $\lambda^{x/2}$ (d'où points de branchement éventuels à $q^2 = -\Delta^2$ et $q^2 = -\sum^2$).

En particulier, à bas moment de transfert où on a $\lambda/4 \text{ mm}^{-1} \approx |\vec{q}|^2$, les coefficients de Clebsch-Gordan de parité impliquent que les $a^{(j, \ell)}$ et $a^{(j)}$ se comportent respectivement comme $\lambda^{\ell/2}$ et $\lambda^{j/2}$ ce qui correspond à la variation bien connue en $|\vec{q}|^{\ell}$ et $|\vec{q}|^j$. Il faut toutefois remarquer que les matrices de passage ne permettent pas une discussion complète des propriétés analytiques. Tous les points énumérés plus haut sont des points singuliers pour les transformations $L(P)$, $L(p, P)$ et $L(p', P)$. Comme nous l'avons déjà écrit, les $F^{(k)}$ sont réguliers en ces points et il est justifié d'attribuer aux seuls multipôles les singularités correspondantes des matrices K . Cependant, nous avons vu que le choix des fonctions de base $V_{\lambda}^{(i)}$ pouvait entraîner certains pôles (ou zéros) pour les $F^{(k)}$ (voir par exemple la transformation II.20). Il est en principe possible de les déterminer en reliant les $F^{(k)}$ aux facteurs de forme analytiques obtenus par une décomposition des vertex spinoriels sur les polynômes harmoniques en p et p' (30). Nous n'avons pas tenté une telle étude car l'introduction des effets de parité est relativement compliquée. De toute façon, les résultats corrects obtenus ci-dessus pour les $a^{(j, \ell)}$ et $a^{(j)}$ montrent indirectement que les $F^{(k)}$ sont finis et non nuls à $q^2 = -\Delta^2$ ($|\vec{q}|^2 = 0$). Les pôles cinématiques possibles que nous avons rencontrés lors du choix des $V_{\lambda}^{(i)}$ n'interviennent qu'à $P^2 = 0$. Des singularités aussi lointaines ont donc peu de chances d'avoir une influence importante dans la région qui nous intéresse.

II - Etude des matrices K^{-1} et $\bar{K}^{-1}$

Si à l'aide des matrices K et $\bar{K}$, nous avons pu déterminer quelques propriétés analytiques des développements multipolaires, nous cherchons surtout à relier notre formalisme aux développements non relativistes de la physique nucléaire. Il nous importe donc d'exprimer les $F^{(k, \alpha)}$ en fonction des $a^{(j, \ell)}$ et $a^{(j)}$. Il est possible en principe d'inverser les matrices (III.18 à 32). Toutefois elles se présentent sous une forme compliquée faisant intervenir des coefficients de recouplage qui ne nous ont pas permis un calcul direct des matrices inverses par les méthodes classiques de l'algèbre des moments angulaires. Utilisant d'autres procédés, nous n'avons pu établir de méthode générale de calcul que pour $K_{k, j}^{-1}$ et $\bar{K}_{k, j}^{-1}$. Dans chaque cas particulier, il faut donc effectuer un calcul spécial qui ne présente pas de difficultés mais devient évidemment assez compliqué si les spins sont élevés.

Il est cependant possible de préciser le contenu multipolaire de nos facteurs de forme invariants à bas moment de transfert par des considérations simples sur les matrices K et $\bar{K}$. Développant les expressions (III.18 à 32) en puissances de p/m , p'/m' , $q/\bar{m}$, $\Delta/\bar{m}$, etc ..., nous ne conservons que les termes d'ordre zéro ($\bar{m}$ est la moyenne des masses m et m'). Nous avons alors : $\lambda/4 mm' \approx |\vec{q}|^2$, $P^2 \approx -4\bar{m}^2$, $\eta \approx 0$. La sommation sur n se réduit à la seule valeur $n = k$. En d'autres termes, considérant que les développements multipolaires sont caractérisés par le paramètre $|\vec{q}|R \gg |\vec{q}|/\bar{m}$, nous allons obtenir des $F^{(k)}$ exacts à tous les ordres en $|\vec{q}|R$ et seulement à l'ordre zéro en $|\vec{q}|/\bar{m}$. Etant donné la grande masse des noyaux, cette approximation est justifiée pour une vaste gamme de moments de transfert dans des systèmes de référence où leur vitesse est négligeable ($v/c \ll 1$).

Prenons par exemple les relations (III.10) et (III.20). Dans notre approximation, $g^{(A,B)} \approx \mathcal{O}(1/\bar{m}^2)$, $g^{(C)} \approx \frac{\Delta}{2\bar{m}}$. On a donc :

$$a^{(j)} \approx -2\bar{m} \sum_k |\vec{q}|^{J+J'-2k} f_k^{(J'Jj)} C(J-k, J'-k, j; 00) \frac{1}{\sqrt{2j+1}} \left(F^{(k,D)} + \frac{\Delta}{2\bar{m}} F^{(k,C)} \right) \quad (\text{III.33})$$

Le deuxième membre de cette relation contenant un facteur $2\bar{m}$, nous avons conservé le terme en $F^{(k,C)}$. Dans la suite de ce chapitre, $F^{(k,D)}$ désignera en fait la totalité de l'expression $F^{(k,D)} + \frac{\Delta}{2\bar{m}} F^{(k,C)}$. Il en sera de même pour $\bar{F}^{(k,D)}$.

On voit que pour la valeur maximum permise de j , soit $j = J+J'$, la somme sur k se réduit au terme $k = 0$, d'où :

$$F^{(0,D)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'}} C_{0,J+J'} a^{(J+J')}$$

Poursuivant ce raisonnement pour chaque valeur de j , on obtient :

$$F^{(k,D)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} C_{k,j} a^{(j)} \quad \text{avec } (-)^j = (-)^{J+J'-2k} \quad (\text{III.34})$$

$F^{(k,D)}$ est fini à $\vec{q} = 0$, puisque le multipôle le plus bas $a^{(J+J'-2k)}$ se comporte comme $|\vec{q}|^{J+J'-2k}$. On peut opérer de même avec les relations (III.10)

et (III.18-19). Pour $j = J+J'$ et $J+J'-1$, on obtient trois relations entre $F^{(0, A)}$, $F^{(0, B)}$, $F^{(0, C)}$ et les multipôles $a^{(J+J', J+J'+1)}$ et $a^{(J+J'-1, J+J'-1)}$. $F^{(0, A)}$ et $F^{(0, B)}$ contiennent les trois multipôles et $F^{(0, C)}$ est proportionnel à

$$\frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'+1}} a^{(J+J', J+J'+1)}.$$

Le procédé peut être généralisé à tous les facteurs de forme. Nous résumons les résultats dans les tableaux suivants où nous avons également précisé quels facteurs de forme correspondent aux multipôles les plus bas et sont donc dominants à bas moment de transfert. Nous avons également rappelé dans chaque cas les valeurs limites des diverses variables ainsi que les restrictions dues à la parité. Nous traitons à part le cas particulier des spins égaux.

1) Spins entiers

$$F^{(k, A)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-1}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k-1}^{J+J'+1} C_{kA, jl} a^{(j, l)} \quad k_{\max} = J_m \quad (-)^l = (-)^{J+J'+1} \quad (\text{III. 35})$$

pour $k = J_m$, la borne inférieure est $j = |J'-J|$

$$F^{(k, B)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-1}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k-1}^{J+J'+1} C_{kB, jl} a^{(j, l)} \quad k_{\max} = J_m - 1 \quad (-)^l = (-)^{J+J'+1} \quad (\text{III. 36})$$

$$F^{(k, C)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k+1}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k+1}^{J+J'+1} C_{kC, jl} a^{(j, l)} \quad k_{\max} = J_m \quad (-)^l = (-)^{J+J'+1} \quad (\text{III. 37})$$

Multipôle le plus bas : $a^{(|J'-J|, |J'-J|-1)} \rightarrow F^{(J_m, A)}$

$$F^{(k, D)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} C_{kD, j} a^{(j)} \quad k_{\max} = J_m \quad (-)^j = (-)^{J+J'} \quad (\text{III. 38})$$

Multipôle le plus bas : $a^{(|J'-J|)} \rightarrow F^{(J_m, D)}$

$$\bar{F}^{(k, A)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-2}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k-2}^{J+J'} \bar{C}_{kA; j l} a^{(j, l)} \quad k_{\max} = J_m - 1 \quad (-)^l = (-)^{J'-J} \quad (\text{III. 39})$$

$$\bar{F}^{(k, B)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k}^{J+J'} \bar{C}_{kB; j l} a^{(j, l)} \quad k_{\max} = J_m \quad (-)^l = (-)^{J'-J} \quad (\text{III. 40})$$

$$\bar{F}^{(k, C)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k}^{J+J'} \bar{C}_{kC; j l} a^{(j, l)} \quad k_{\max} = J_m - 1 \quad (-)^l = (-)^{J'-J} \quad (\text{III. 41})$$

Multipôles les plus bas : $a^{(|J'-J|, |J'-J|)} \rightarrow \bar{F}^{(J_m, B)}$
 $a^{(|J'-J|+1, |J'-J|)} \rightarrow \bar{F}^{(J_m-1, A)}, \bar{F}^{(J_m, B)}$

$$\bar{F}^{(k, D)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-1}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'-1} \bar{C}_{k, j} a^{(j)} \quad k_{\max} = J_m - 1 \quad (-)^j = (-)^{J'-J+1} \quad (\text{III. 42})$$

Multipôle le plus bas : $a^{(|J'-J|+1)} \rightarrow \bar{F}^{(J_m-1, D)}$

Nous reprenons à titre d'exemple les développements donnés en (II. 59 et 60) pour le vertex vectoriel et le vertex axial correspondant à la transition $2^+ - 1^-$. Les divers facteurs de forme ont le contenu multipolaire suivant :

 vertex vectoriel :

$$\begin{cases} F_{V_1}^{(1)} : a^{(1)}, a^{(3)} \\ F_{V_1}^{(0)} : a^{(3)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{V_2}^{(1)} : a^{(1,0)}, a^{(1,2)}, a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)} \\ F_{V_2}^{(0)} : a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)} \end{cases}$$

$$F_M^{(0)} : a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)}$$

$$\begin{cases} F_S^{(1)} : a^{(1,2)}, a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)} \\ F_S^{(0)} : a^{(3,4)} \end{cases}$$

vertex axial :

$$\begin{aligned} F_{A_1}^{(0)} &: a^{(2,1)}, a^{(2,3)}, a^{(3,3)} \\ F_P^{(0)} &: a^{(2,3)}, a^{(3,3)} \\ F_T^{(0)} &: a^{(2)} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} F_{A_2}^{(1)} &: a^{(1,1)}, a^{(2,1)}, a^{(2,3)}, a^{(3,3)} \\ F_{A_2}^{(0)} &: a^{(3,3)} \end{aligned} \right.$$

2) Spins demi-entiers

$$F^{(k,A)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-2}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k-2}^{J+J'} C_{kA;jl} a^{(j,l)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^l = (-)^{J'-J+1} \quad (\text{III.43})$$

$$F^{(k,B)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k}^{J+J'} C_{kB;jl} a^{(j,l)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^l = (-)^{J'-J+1} \quad (\text{III.44})$$

$$F^{(k,C)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k}^{J+J'} C_{kC;jl} a^{(j,l)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^l = (-)^{J'-J+1} \quad (\text{III.45})$$

Multipôle le plus bas : $a^{(|J'-J|, |J'-J|-1)} \rightarrow F^{(J_m - \frac{1}{2}, A)}$

$$F^{(k,D)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-1}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'-1} C_{k,j} a^{(j)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^j = (-)^{J'-J} \quad (\text{III.46})$$

Multipôle le plus bas : $a^{(|J'-J|)} \rightarrow F^{(J_m - \frac{1}{2}, D)}$

$$\bar{F}^{(k,A)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-1}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k-1}^{J+J'+1} \bar{C}_{kA;jl} a^{(j,l)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^l = (-)^{J'-J} \quad (\text{III.47})$$

$$\bar{F}^{(k,B)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k-1}} \sum_{j=J+J'-2k-1}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k-1}^{J+J'+1} \bar{C}_{kB;jl} a^{(j,l)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^l = (-)^{J'-J} \quad (\text{III.48})$$

$$\bar{F}^{(k,C)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k+1}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} \sum_{l=J+J'-2k+1}^{J+J'+1} \bar{C}_{kC;jl} a^{(j,l)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^l = (-)^{J'-J} \quad (\text{III.49})$$

Multipôles les plus bas : $a^{(|J'-J|, |J'-J|)} \rightarrow F^{(J_m - \frac{1}{2}, A)}, F^{(J_m - \frac{1}{2}, B)}$
 $a^{(|J'-J|+1, |J'-J|)} \rightarrow \quad \quad \quad "$

$$\overline{F}^{(k,D)} = \frac{1}{|\vec{q}|^{J+J'-2k}} \sum_{j=J+J'-2k}^{J+J'} \overline{C}_{k,j} a^{(j)} \quad k_{\max} = J_m - \frac{1}{2} \quad (-)^j = (-)^{J'+J+1} \quad (\text{III.50})$$

Multipole le plus bas : $a^{(|J'-J|+1)} \rightarrow F^{(J_m - \frac{1}{2}, D)}$

Comme ci-dessus nous reprenons l'exemple de la transition $\frac{5^+}{2} - \frac{3^+}{2}$ traité en (II.61) et (II.62) :

vertex vectoriel :

$$\begin{cases} F_{V_1}^{(1)} : a^{(2)}, a^{(4)} \\ F_{V_1}^{(0)} : a^{(4)} \end{cases} \quad \begin{cases} F_{V_2}^{(1)} : a^{(1,1)}, a^{(2,1)}, a^{(2,3)}, a^{(3,3)}, a^{(4,3)}, a^{(4,5)} \\ F_{V_2}^{(0)} : a^{(3,3)}, a^{(4,3)}, a^{(4,5)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_M^{(1)} : a^{(1,1)}, a^{(2,1)}, a^{(2,3)}, a^{(3,3)}, a^{(4,3)}, a^{(4,5)} \\ F_M^{(0)} : a^{(3,3)}, a^{(4,3)}, a^{(4,5)} \end{cases} \quad \begin{cases} F_S^{(1)} : a^{(2,3)}, a^{(3,3)}, a^{(4,3)}, a^{(4,5)} \\ F_S^{(0)} : a^{(4,5)} \end{cases}$$

vertex axial :

$$\begin{cases} F_{A_1}^{(1)} : a^{(1,0)}, a^{(1,2)}, a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)}, a^{(4,4)} \\ F_{A_1}^{(0)} : a^{(3,2)}, a^{(3,4)}, a^{(4,4)} \end{cases} \quad \begin{cases} F_{A_2}^{(1)} : a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)}, a^{(4,4)} \\ F_{A_2}^{(0)} : a^{(4,4)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_P^{(1)} : a^{(1,2)}, a^{(2,2)}, a^{(3,2)}, a^{(3,4)}, a^{(4,4)} \\ F_P^{(0)} : a^{(3,4)}, a^{(4,4)} \end{cases} \quad \begin{cases} F_T^{(1)} : a^{(1)}, a^{(3)} \\ F_T^{(0)} : a^{(3)} \end{cases}$$

3) Spins égaux

Dans le cas plus symétrique où les deux spins sont égaux, on obtient des restrictions supplémentaires sur la forme des développements (III.35 à 50). En effet, inversant les relations (III.9), il vient (avec $J = J'$) :

$$\sum_{k, \alpha=A, B, C} K_{k, \alpha; j \ell}^{-1} V_{\mu}^{(k, \alpha)}(M', M) e_{\mu}^{(\ell)}(P) = (-)^{J-M'+t} \sqrt{4\pi} C(JJj; -M, M') C(\ell 1 j; M'-M-t, t) Y_{\ell, M-M'+t}(\hat{q}) \quad (\text{III. 51})$$

$$\sum_k K_{k, j}^{-1} V_{\mu}^{(k, D)}(M', M) e_{\mu}^{(4)}(P) = (-)^{J-M'} \sqrt{4\pi} C(JJj; -M, M') Y_{j, M-M'}(\hat{q})$$

Effectuons les changements $p' \rightleftharpoons p$, $M \rightleftharpoons M'$, $t \rightarrow -t$ et prenons les complexes conjugués des deux membres de chacune de ces expressions. Comme les matrices K sont réelles, on obtient si on néglige les différences de masse :

$$\sum_{k, \alpha} K_{k, \alpha; j \ell}^{-1} V_{\mu}^{(k, \alpha)*}(M, M') e_{\mu}^{(-t)*}(P) = (-)^{J-M-t} \sqrt{4\pi} C(JJj; -M', M) C(\ell 1 j; M-M+t, -t) Y_{\ell, M'-M-t}^*(-\hat{q}) \quad (\text{III. 52})$$

$$\sum_k K_{k, j}^{-1} V_{\mu}^{(k, D)*}(M, M') e_{\mu}^{(4)*}(P) = (-)^{J-M} \sqrt{4\pi} C(JJj; -M', M) Y_{j, M'-M}^*(-\hat{q})$$

D'après les propriétés élémentaires des harmoniques sphériques et des coefficients de Clebsch-Gordan et les relations (II.50) vérifiées par les $V_{\mu}^{(k, \alpha)}$, on déduit de (III.52) :

$$\sum_{k, \alpha} K_{k, \alpha; j \ell}^{-1} \eta_{\alpha} V_{\mu}^{(k, \alpha)}(M', M) e_{\mu}^{(\ell)}(P) = (-)^{J-M'+t+j+1} \sqrt{4\pi} C(JJj; -M, M') C(\ell 1 j; M'-M-t, t) Y_{\ell, M-M'+t}(\hat{q}) \quad (\text{III. 53})$$

$$\sum_k K_{k, j}^{-1} V_{\mu}^{(k, D)}(M', M) e_{\mu}^{(4)}(P) = (-)^{J-M'+j} \sqrt{4\pi} C(JJj; -M, M') Y_{j, M-M'}(\hat{q})$$

avec $\eta_{\alpha} = +1$ pour $\alpha = B$ et $\eta_{\alpha} = -1$ pour $\alpha = A, C$.

Comme nous l'avons montré au paragraphe I, les Y_{ℓ} et Y_j possibles cor-

respondent respectivement à $(-)^{\ell} = -1$ et $(-)^j = +1$. Comparant (III.51) et (III.53), on trouve alors que $K_{kB;j\ell}^{-1}$ doit être nul pour $\ell = j \pm 1$, de même que $K_{kA;j\ell}^{-1}$ et $K_{kC;j\ell}^{-1}$ pour $\ell = j$. Il n'y a aucune restriction sur les K_{kj}^{-1} . On peut démontrer les mêmes propriétés pour les matrices $\bar{K}^{-1}$. Les facteurs de forme $F^{(k,A)}$ et $F^{(k,C)}$ (ainsi que $\bar{F}^{(k,A)}$ et $\bar{F}^{(k,C)}$) ne contiennent donc que des multipôles $a^{(j,j\pm 1)}$. De même les $F^{(k,B)}$ et $\bar{F}^{(k,B)}$ ne se développent que sur les $a^{(j,j)}$. Lorsque les deux états nucléaires sont membres du même isomultiplet, on retrouve ainsi la classification des multipôles suivant la G - parité⁽¹⁵⁾. Les deux classes séparent en effet les $a^{(j,\ell)}$ et $a^{(j)}$ en deux ensembles, l'un comprenant les $a^{(j)}$ et $a^{(j,j)}$, l'autre les $a^{(j,j\pm 1)}$.

Les tableaux (III.35) à (III.50) doivent être modifiés en conséquence. On doit également tenir compte de certains changements dans les valeurs de $k_{\max}$ (voir tableau II.31) : dans le cas des spins entiers $k_{\max} = J_m - 1$ pour $F^{(k,A)}$ et $\bar{F}^{(k,B)}$; lorsque les spins sont demi-entiers, $k_{\max} = J_m - \frac{3}{2}$ pour les mêmes facteurs de forme. On obtient alors les correspondances suivantes pour les multipôles les plus bas :

Spins entiers :

$$\begin{aligned} a^{(2,1)} &\rightarrow F^{(J-1,A)} & a^{(1,1)} &\rightarrow F^{(J-1,B)} & a^{(0,1)} &\rightarrow F^{(J,C)} & a^{(0)} &\rightarrow F^{(J,D)} \\ a^{(1,0)} &\rightarrow \bar{F}^{(J-1,A)} & a^{(1)} &\rightarrow \bar{F}^{(J-1,D)} \end{aligned}$$

Spins demi-entiers

$$\begin{aligned} a^{(2,1)} &\rightarrow F^{(J-\frac{3}{2},A)} & a^{(1,1)} &\rightarrow F^{(J-\frac{1}{2},B)} & a^{(0,1)} &\rightarrow F^{(J-\frac{1}{2},C)} & a^{(0)} &\rightarrow F^{(J-\frac{1}{2},D)} \\ a^{(1,0)} &\rightarrow \bar{F}^{(J-\frac{1}{2},A)} & a^{(1)} &\rightarrow \bar{F}^{(J-\frac{1}{2},D)} \end{aligned}$$

Les résultats que nous avons obtenus dans ce chapitre permettent d'établir une correspondance directe entre nos facteurs de forme et les multipôles non relativistes évalués en approximation d'impulsion. La méthode n'est évidemment complète que si on dispose des valeurs numériques des divers coefficients $C_{k\alpha;j\ell}$ et $C_{k,j}$ qui doivent être calculés dans chaque cas particulier.

CHAPITRE IV

RELATION ENTRE FACTEURS DE FORME INVARIANTS

ET APPROXIMATION D'IMPULSION

Avec le choix de fonctions de base que nous avons précisé au chapitre II, les vertex des courants de nucléons prennent la forme suivante, aux variables d'isospin près :

$$\langle \frac{1}{2}, \tau' | J_{\lambda}^V(0) | \frac{1}{2}, \tau \rangle = \frac{1}{2m_p} \bar{u}(\tau') [g_V(q^2) P_{\lambda} + g_M(q^2) i \sigma_{\lambda\mu} q_{\mu} + 2m_p g_S(q^2) q_{\lambda}] u(\tau) \quad (\text{IV.1})$$

$$\langle \frac{1}{2}, \tau' | J_{\lambda}^A(0) | \frac{1}{2}, \tau \rangle = \bar{u}(\tau') [g_A(q^2) i \gamma_{\lambda} \gamma_5 + \frac{2m_p}{m_{\pi}^2} g_P(q^2) q_{\lambda} \gamma_5 + g_T(q^2) P_{\lambda} \gamma_5] u(\tau) \quad (\text{IV.2})$$

où m_p est la masse du proton (nous négligeons la différence de masse entre le neutron et le proton). Nous rappelons ci-dessous les propriétés actuellement admises pour les divers facteurs de forme, ainsi que leurs valeurs.

Pour le courant électromagnétique :

$$g_V(0) = 1 \qquad g_M(0) = -4,70 \quad \text{courant isovectoriel}$$

$$g_V(0) = 1 \qquad g_M(0) = -0,88 \quad \text{courant isoscalaire}$$

On notera que g_M contient à la fois les contributions magnétiques normales et anormales. Le facteur de forme de deuxième classe g_S est nul. Par C.V.C., les facteurs de forme vectoriels faibles ont les mêmes valeurs que leurs homologues électromagnétiques isovectoriels.

Pour le courant axial :

$$g_A(0) = 1,23$$

$$g_P(q^2) \approx g_A(0) \frac{m_\pi^2}{q^2 + m_\pi^2}$$

par P.C.A.C et l'hypothèse de dominance par le pôle du pion. La valeur du facteur de forme de deuxième classe g_T est actuellement controversée^(31, 32). L'hypothèse $g_T = 0$ est cependant la plus attrayante pour la description des interactions faibles par les algèbres des charges et des courants.

Appliquant la transformation de Foldy-Wouthuysen aux expressions (IV.1 et 2) et sommant sur tous les nucléons du noyau, nous obtenons les opérateurs de courant à un corps de l'approximation d'impulsion. Nous ne conservons que les termes d'ordre zéro et un dans la vitesse des nucléons (BRODSKY et PRIMACK⁽¹¹⁾ ont montré que le procédé usuel n'est pas correct à partir de l'ordre deux), ce qui conduit au résultat classique⁽³³⁾ :

$$\vec{J}^V \approx \sum_{i=1}^A \tau^{(i)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}^{(i)}} \left[g_V \left(\frac{2\vec{\pi}^{(i)} + \vec{q}}{2m_\mu} \right) - g_M i \left(\frac{\vec{\sigma}^{(i)} \times \vec{q}}{2m_\mu} \right) + g_S \vec{q} \right]$$

$$J_4^V \approx i \sum_{i=1}^A \tau^{(i)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}^{(i)}} (g_V + q_0 g_S) \quad (IV.3)$$

où $\tau^{(i)}$ désigne les opérateurs d'isospin $\frac{1}{2}$, $\frac{\tau_3^{(i)}}{2}$ (courant électromagnétique) et $\tau_\pm^{(i)} = \frac{1}{2} (\tau_1^{(i)} \pm i\tau_2^{(i)})$ (courant faible), $\vec{\pi}^{(i)}$ l'opérateur moment $-i\vec{\nabla}^{(i)}$, $\vec{\sigma}^{(i)}$ les matrices de Pauli. Les termes en g_V représentent le courant de convection et la charge, celui en g_M le courant induit par les moments magnétiques.

On obtient de même pour le courant axial :

$$\vec{J}^A \approx \sum_{i=1}^A \tau^{(i)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}^{(i)}} \left[-g_A \vec{\sigma}^{(i)} + g_P \vec{q} \frac{\vec{\sigma}^{(i)} \cdot \vec{q}}{2m_\mu} \right]$$

$$J_4^A \approx i \sum_{i=1}^A \tau^{(i)} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}^{(i)}} \left[-g_A \frac{\vec{\sigma}^{(i)} \cdot (2\vec{\pi}^{(i)} + \vec{q})}{2m_\mu} + g_P q_0 \frac{\vec{\sigma}^{(i)} \cdot \vec{q}}{m_\pi^2} + g_T \vec{\sigma}^{(i)} \cdot \vec{q} \right] \quad (IV.4)$$

La méthode classique consiste à choisir des fonctions d'onde $\psi^{JM}(x_1, \dots, x_A)$ et à développer les opérateurs de courant en multipôles. Le théorème de Wigner-Eckart conduit alors à des expressions de la forme (III. 5) :

$$\begin{aligned} \langle \psi^{J'M'}(x_1 \dots x_A) | J^V \cdot e^{(t)}(P) | \psi^{J,M}(x_1 \dots x_A) \rangle \approx \\ \sum_{l,j} (-)^{J-M'+t} C(JJj; -M, M') C(l1j; M'-M-t, t) \sqrt{4\pi} Y_{l, M-M'+t}(\hat{q}) \left\{ g_V i^{l-1} \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{j,l} \right. \\ \left. + (g_V + 2m_p g_S) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{2l+1}{2j+1}} C(l1j; 00) i^j [1]^j - g_M \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sum_{l'} \sqrt{6(2l+1)} W(j1l1; l'1) \right. \\ \left. C(l'1l; 00) i^{l'} [\sigma]^{j,l'} \right\} \end{aligned} \quad (IV. 5)$$

$$\langle \psi^{J'M'}(x_1 \dots x_A) | J^V \cdot e^{(t)}(P) | \psi^{J,M}(x_1 \dots x_A) \rangle \approx \sum_j (-)^{J-M'} C(JJj; -M, M') \sqrt{4\pi} Y_{j, M-M'}(\hat{q}) \left\{ -(g_V + g_0 g_S) i^j [1]^j \right\}$$

$$\langle \psi^{J'M'}(x_1 \dots x_A) | J^A \cdot e^{(t)}(P) | \psi^{J,M}(x_1 \dots x_A) \rangle \approx$$

$$\begin{aligned} \sum_{l,j} (-)^{J-M'+t} C(JJj; -M, M') C(l1j; M'-M-t, t) \sqrt{4\pi} Y_{l, M-M'+t}(\hat{q}) \left\{ -g_A i^l [\sigma]^{j,l} \right. \\ \left. + g_P \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \sqrt{\frac{2l+1}{2j+1}} C(l1j; 00) \sum_{l'} \sqrt{\frac{2l'+1}{2j+1}} C(l'1j; 00) i^{l'} [\sigma]^{j,l'} \right\} \end{aligned} \quad (IV. 6)$$

$$\langle \psi^{J'M'}(x_1 \dots x_A) | J^A \cdot e^{(t)}(P) | \psi^{J,M}(x_1 \dots x_A) \rangle \approx$$

$$\begin{aligned} \sum_j (-)^{J-M'} C(JJj; -M, M') \sqrt{4\pi} Y_{j, M-M'}(\hat{q}) \left\{ g_A i^{j-1} \left[\frac{i \vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi}}{m_p} \right]^j \right. \\ \left. + \left(g_A - \frac{2m_p g_0}{m_\pi^2} g_P - 2m_p g_T \right) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sum_{l'} \sqrt{\frac{2l'+1}{2j+1}} C(l'1j; 00) i^{l'} [\sigma]^{j,l'} \right\} \end{aligned}$$

Les noyaux ont été considérés comme statiques conformément à l'approximation discutée au chapitre III. Les éléments de matrice réduits $[O]^{j,l}$ et $[O]^j$ des divers opérateurs sont définis par les relations :

$$\langle \psi^{JM'} | \sum_i \tau^{(i)} j_l(qr_i) Y_{l,m}(\hat{r}_i) \vec{O}^{(i)} \cdot \vec{e}^{(l)}(P) | \psi^{JM} \rangle = \quad (IV.7)$$

$$\sum_j (-)^{J-M} C(JJ'j; -M, M', m+l) C(l1j; m, l) \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [O]^{j,l}$$

avec $\vec{O} = \vec{\sigma} \cdot \frac{i\vec{\pi}}{m_p}$

$$\langle \psi^{JM'} | \sum_i \tau^{(i)} j_l(qr_i) Y_{l,m}(\hat{r}_i) O^{(i)} | \psi^{JM} \rangle = (-)^{J-M} C(JJ'l; -M, M', m) \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [O]^l \quad (IV.8)$$

avec $O = 1, i \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\pi}}{m_p}$

On remarque qu'avec ces définitions, les $[O]^{j,l}$ et $[O]^j$ sont tous réels. Comparant les développements (IV.5-6) aux expressions (III.5), on voit que, dans l'approximation d'impulsion, la forme non relativiste des multipôles $a^{(j,l)}$ et $a^{(j)}$ est donnée par les termes entre crochets. Nous trouvons plus précisément :

Courant vectoriel :

$$a^{(j)} = -(q_v + q_0 q_s) i^j [1]^j$$

$$a^{(j,j)} = i^{j-1} \left\{ q_v \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{j,j} + g_M \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} \left([\sigma]^{j,j-1} - \sqrt{\frac{j}{j+1}} [\sigma]^{j,j+1} \right) \right\} \quad (IV.9)$$

$$a^{(j,j-1)} = i^j \left\{ -g_v \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{j,j-1} + (q_v + 2m_p q_s) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{j}{2j+1}} [1]^j + g_M \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} [\sigma]^{j,j} \right\}$$

$$a^{(j,j+1)} = i^j \left\{ g_v \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{j,j+1} - (q_v + 2m_p q_s) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} [1]^j + g_M \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{j}{2j+1}} [\sigma]^{j,j} \right\}$$

Courant axial :

$$\alpha^{(j)} = i j^{-1} \left\{ g_A \left[\frac{i \vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi}}{m_\pi} \right]^j + \left(g_A - \frac{2m_\pi q_0}{m_\pi^2} g_F - 2m_\pi q_T \right) \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{j}{2j+1}} \left([\sigma]^{j,j-1} + \sqrt{\frac{j+1}{j}} [\sigma]^{j,j+1} \right) \right\}$$

$$\alpha^{(j,j)} = -i j g_A [\sigma]^{j,j}$$
(IV.10)

$$\alpha^{(j,j-1)} = i j^{-1} \left\{ -g_A [\sigma]^{j,j-1} + g_F \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \frac{j}{2j+1} \left([\sigma]^{j,j-1} + \sqrt{\frac{j+1}{j}} [\sigma]^{j,j+1} \right) \right\}$$

$$\alpha^{(j,j+1)} = i j^{-1} \left\{ g_A [\sigma]^{j,j+1} - g_F \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \frac{\sqrt{j(j+1)}}{2j+1} \left([\sigma]^{j,j-1} + \sqrt{\frac{j+1}{j}} [\sigma]^{j,j+1} \right) \right\}$$

L'introduction éventuelle de corrections dues aux courants d'échange ne présente aucune difficulté. Leurs développements multipolaires ⁽¹⁰⁾ ajoutent simplement des termes supplémentaires aux expressions (IV.9-10).

Reportant les valeurs des $a^{(j,l)}$ et $a^{(j)}$ dans les développements (III.35 à 50), nous obtenons le contenu non relativiste de nos facteurs de forme $F^{(k,\alpha)}$. Il est évident à première vue que chaque $F^{(k,\alpha)}$ correspond en général à plusieurs facteurs de forme de nucléons. Par exemple, un facteur de forme vectoriel reçoit à priori des contributions de g_V , g_M et g_S , qu'il soit du type $\alpha = A, B$ ou C . En d'autres termes, les facteurs de forme invariants ne sont pas " purs ". Pour préciser la situation, nous considérons le cas où seuls les multipôles des rangs les plus bas sont importants. La plupart des transitions nucléaires étudiées expérimentalement sont en effet caractérisées par des règles de sélection portant sur les nombres quantiques internes qui limitent fortement le nombre de multipôles à envisager même si le moment de transfert n'est pas très petit (diffusion d'électrons, capture de muons, etc...). Les spins sont d'ailleurs en général assez bas, au moins dans les noyaux légers. Il convient toutefois de prendre garde aux mélanges de configuration qui peuvent introduire des contributions de multipôles de rang plus élevé quand le moment de transfert croît. De toute façon, une étude doit être faite dans chaque cas particulier à l'aide de modèles nucléaires appropriés. Les résultats que nous allons présenter permettent d'ailleurs d'induire des conclusions d'une validité plus générale. Par souci de simplicité,

nous nous contentons d'envisager à titre d'exemple les transitions $J' = 2$, $J = 1$ et $J' = 1$, $J = 1$ où le nombre de facteurs de forme est assez limité. Les résultats peuvent être transposés pour une transition quelconque à des facteurs de spin près. La considération des spins demi-entiers n'apporterait aucune information supplémentaire. Les exemples choisis permettent en particulier d'étudier les propriétés des $F^{(k, \alpha)}$ correspondant aux transitions permises ($\Delta J = 0, \pm 1$; $\eta_P \eta'_P = +1$: pas de changement de parité) qui sont celles pour lesquelles on dispose du plus grand nombre de données expérimentales (en particulier par le log ft de la désintégration β). Notre méthode s'étend d'ailleurs sans problème particulier à la description des transitions interdites à divers ordres.

I - ETUDE D'UNE TRANSITION $J' = 2$, $J = 1$

La forme explicite des vertex de la transition $J' = 2$, $J = 1$ a été donnée en (II.59-60) où l'appellation des facteurs de forme correspond au cas du changement de parité. Nous gardons pour le moment les dénominations plus générales $F^{(k, \alpha)}$ qui sont attachées aux fonctions de base et ne correspondent à un courant de parité déterminée que si on spécifie la parité relative des états. Il est facile de résoudre le système d'équations (III.10) avec la forme non relativiste des matrices K . Nous obtenons alors les expressions de la forme (III.35 à 50) qui relient les facteurs de forme invariants aux multipôles :

$$\begin{aligned} F^{(1,A)} &= -\sqrt{\frac{3}{5}} \left(a^{(1,0)} + \frac{1}{\sqrt{2}} a^{(1,2)} + \frac{5}{3\sqrt{2}} a^{(2,2)} + \frac{\sqrt{2}}{3} a^{(3,2)} + \frac{1}{\sqrt{6}} a^{(3,4)} \right) \\ F^{(1,C)} &= \frac{1}{|\vec{q}|^2} 3\sqrt{\frac{3}{10}} \left(a^{(1,2)} + \frac{5}{9} a^{(2,2)} - \frac{4}{9} a^{(3,2)} + \frac{5}{3\sqrt{3}} a^{(3,4)} \right) \\ 2\bar{m} F^{(1,D)} + q_0 F^{(1,C)} &= \frac{1}{|\vec{q}|} \frac{3}{\sqrt{5}} \left(a^{(1)} + \frac{\sqrt{14}}{3} a^{(3)} \right) \end{aligned} \quad (IV.11)$$

$$\begin{aligned} F^{(0,A)} &= \frac{1}{|\vec{q}|^2} \sqrt{\frac{15}{2}} \left(a^{(3,2)} + \frac{\sqrt{3}}{2} a^{(3,4)} \right) & F^{(0,B)} &= \frac{1}{|\vec{q}|^2} 2\sqrt{\frac{10}{3}} \left(a^{(2,2)} + \frac{1}{4} a^{(3,2)} + \frac{\sqrt{3}}{8} a^{(3,4)} \right) \\ F^{(0,C)} &= -\frac{1}{|\vec{q}|^4} \frac{7}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} a^{(3,4)} & 2\bar{m} F^{(0,D)} + q_0 F^{(0,C)} &= -\frac{1}{|\vec{q}|^3} \sqrt{\frac{35}{2}} a^{(3)} \end{aligned}$$

De même, on trouve pour les $\bar{F}^{(k, \alpha)}$:

$$\begin{aligned}\bar{F}^{(1,B)} &= -\frac{1}{m|\vec{q}|} \frac{3}{2\sqrt{10}} \left(a^{(1,1)} + \frac{\sqrt{5}}{3} a^{(2,1)} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10}{3}} a^{(2,3)} + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{7}{3}} a^{(3,3)} \right) \\ \bar{F}^{(0,A)} &= -\frac{1}{m|\vec{q}|} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(a^{(2,1)} + \sqrt{\frac{2}{3}} a^{(2,3)} + \frac{1}{8} \sqrt{\frac{35}{3}} a^{(3,3)} \right) \\ \bar{F}^{(0,B)} &= \frac{1}{m|\vec{q}|^3} \frac{1}{4} \sqrt{\frac{105}{2}} a^{(3,3)} \quad \bar{F}^{(0,C)} = \frac{1}{m|\vec{q}|^3} \frac{5}{6} \left(a^{(2,3)} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{10}} a^{(3,3)} \right) \\ 2m \bar{F}^{(0,D)} + q_0 \bar{F}^{(0,C)} &= \frac{1}{2m|\vec{q}|^2} \sqrt{\frac{5}{3}} a^{(2)}\end{aligned}\tag{IV.12}$$

Nous pouvons maintenant préciser la parité des états. Nous envisageons d'abord d'une façon détaillée le cas où la transition est permise ($\eta_P \eta'_P = +1$). Nous nous contenterons de donner les résultats bruts lorsqu'il y a changement de parité.

1 - Transition permise

Les facteurs de forme $F^{(k, \alpha)}$ et $\bar{F}^{(k, \alpha)}$ correspondent respectivement aux courants axiaux et vectoriels. Nous avons proposé plus haut les identifications suivantes (voir chapitre II) :

$$\begin{aligned}F^{(k,A)} &\equiv F_{A_1}^{(k)} & F^{(k,B)} &\equiv F_{A_2}^{(k)} & F^{(k,C)} &\equiv F_P^{(k)} & F^{(k,D)} &\equiv F_T^{(k)} \\ \bar{F}^{(k,A)} &\equiv F_{V_2}^{(k)} & \bar{F}^{(k,B)} &\equiv F_M^{(k)} & \bar{F}^{(k,C)} &\equiv F_S^{(k)} & \bar{F}^{(k,D)} &\equiv F_{V_1}^{(k)}\end{aligned}$$

Utilisant les expressions (IV.9-10) des multipôles en approximation d'impulsion, il vient pour chacun des courants :

Courant vectoriel

$$\begin{aligned}F_M^{(1)} &= -\frac{1}{m|\vec{q}|} \frac{3}{2\sqrt{10}} \left[M^1 + \frac{\sqrt{5}}{3} (E^{2,-} + \sqrt{\frac{2}{3}} E^{2,+}) + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{7}{3}} M^3 \right] \\ F_{V_2}^{(0)} &= -\frac{1}{m|\vec{q}|} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(E^{2,-} + \sqrt{\frac{2}{3}} E^{2,+}) + \frac{1}{8} \sqrt{\frac{35}{3}} M^3 \right]\end{aligned}\tag{IV.13}$$

$$F_M^{(0)} = \frac{1}{\bar{m}|\vec{q}|^3} \frac{1}{4} \sqrt{\frac{105}{2}} M^3 \quad F_S^{(0)} = \frac{1}{\bar{m}|\vec{q}|^3} \frac{5}{6} \left[E^{2,+} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{10}} M^3 + (1+2m_\mu \frac{g_s}{g_v}) \frac{|\vec{q}|}{2m_\mu} \sqrt{\frac{3}{5}} C^2 \right]$$

$$F_{V_1}^{(0)} = \frac{1}{4\bar{m}^2|\vec{q}|^2} \left(1 - \frac{q_0}{2m_\mu}\right) \sqrt{\frac{5}{3}} C^2 - \frac{q_0}{4\bar{m}^2|\vec{q}|^3} \frac{5}{3} \left(E^{2,+} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{10}} M^3\right) \quad (\text{IV.13 suite})$$

où nous avons introduit les multipôles magnétiques M^j , électriques $E^{j,\pm}$ (aussi bien longitudinaux que transversaux) et les multipôles de charge C^j suivant les définitions :

$$\begin{aligned} M^j &= i^{j-1} \left\{ g_v \left[\frac{i\pi}{m_\mu} \right]^{j,j} + g_m \frac{|\vec{q}|}{2m_\mu} \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} \left([\sigma]^{j,j-1} - \sqrt{\frac{j}{j+1}} [\sigma]^{j,j+1} \right) \right\} \\ E^{j,-} &= i^j \left(-g_v \left[\frac{i\pi}{m_\mu} \right]^{j,j-1} + g_m \frac{|\vec{q}|}{2m_\mu} \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} [\sigma]^{j,j} \right) \\ E^{j,+} &= i^j \left(g_v \left[\frac{i\pi}{m_\mu} \right]^{j,j+1} + g_m \frac{|\vec{q}|}{2m_\mu} \sqrt{\frac{j}{2j+1}} [\sigma]^{j,j} \right) \\ C^j &= -i^j g_v [1]^j \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

Courant axial

$$\begin{aligned} F_{A_1}^{(1)} &= g_A \sqrt{\frac{3}{5}} \left([\sigma]^{1,0} - \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma]^{1,2} - \frac{5}{3\sqrt{2}} [\sigma]^{2,2} - \frac{\sqrt{2}}{3} [\sigma]^{3,2} + \frac{1}{\sqrt{6}} [\sigma]^{3,4} \right) \\ F_P^{(1)} &= \frac{1}{|\vec{q}|^2} 3\sqrt{\frac{3}{10}} \left[g_A \left([\sigma]^{1,2} + \frac{5}{9} [\sigma]^{2,2} - \frac{4}{9} [\sigma]^{3,2} - \frac{5}{3\sqrt{3}} [\sigma]^{3,4} \right) \right. \\ &\quad \left. - g_P \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \frac{\sqrt{2}}{3} \left([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2} - \sqrt{2} [\sigma]^{3,2} - 2\sqrt{\frac{2}{3}} [\sigma]^{3,4} \right) \right] \\ F_T^{(1)} &= \frac{1}{2\bar{m}|\vec{q}|} \frac{3}{\sqrt{5}} \left[g_A \left(\left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{\pi}}{m_\mu} \right]^1 - \frac{\sqrt{14}}{3} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{\pi}}{m_\mu} \right]^3 \right) + (g_A - 2m_\mu g_T) \frac{|\vec{q}|}{2m_\mu} \sqrt{\frac{1}{3}} \left([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2} - \sqrt{2} [\sigma]^{3,2} - 2\sqrt{\frac{2}{3}} [\sigma]^{3,4} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{q_0}{2\bar{m}|\vec{q}|^2} 3\sqrt{\frac{3}{10}} g_A \left([\sigma]^{1,2} + \frac{5}{9} [\sigma]^{2,2} - \frac{4}{9} [\sigma]^{3,2} - \frac{5}{3\sqrt{3}} [\sigma]^{3,4} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

$$F_{A_1}^{(0)} = \frac{1}{|\vec{q}|^2} \sqrt{\frac{15}{2}} g_A ([\sigma]^{3,2} - \frac{\sqrt{3}}{2} [\sigma]^{3,4}) \quad F_{A_2}^{(0)} = \frac{1}{|\vec{q}|^2} 2\sqrt{\frac{10}{3}} g_A ([\sigma]^{2,2} + \frac{1}{4} [\sigma]^{3,2} - \frac{\sqrt{3}}{8} [\sigma]^{3,4})$$

$$F_P^{(0)} = \frac{1}{|\vec{q}|^4} \frac{7}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} \left[g_A [\sigma]^{3,4} - g_P \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \frac{2\sqrt{3}}{7} ([\sigma]^{3,2} + \frac{2}{\sqrt{3}} [\sigma]^{3,4}) \right] \quad (\text{IV.15 suite})$$

$$F_T^{(0)} = \frac{1}{2\bar{m}|\vec{q}|^3} \sqrt{\frac{35}{2}} \left[g_A \left[i \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi}}{m_\pi} \right]^3 + (g_A - 2m_\pi g_T) \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{3}{7}} ([\sigma]^{3,2} + \frac{2}{\sqrt{3}} [\sigma]^{3,4}) \right] - \frac{g_0}{2\bar{m}|\vec{q}|^4} \frac{7}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} g_A [\sigma]^{3,4}$$

Analysant les relations (IV.13-15), on constate que les facteurs de forme invariants contiennent généralement un mélange de contributions des divers facteurs de forme des nucléons. Ainsi $F_M^{(1)}$, $F_M^{(0)}$ et $F_V^{(0)}$ qui mêlent multipôles électriques et magnétiques contiennent à la fois g_V et g_M . Il en est de même pour $F_{V_1}^{(0)}$ qui cependant représente surtout le multipôle de charge. Le facteur de forme scalaire $F_S^{(0)}$ fait intervenir en outre la constante de couplage de deuxième classe g_S ; il est d'ailleurs le seul à présenter cette propriété. Nous observons toutefois qu'il comporte aussi une composante de première classe. Cette constatation est en accord avec la règle générale qui stipule qu'en dehors d'un isomultiplet, les facteurs de forme n'appartiennent pas à une classe déterminée. La considération des courants d'échange pourrait d'ailleurs introduire des contributions de deuxième classe à $F_M^{(1)}$, $F_M^{(0)}$, $F_{V_2}^{(0)}$ et $F_{V_1}^{(0)}$ qui sont purement de première classe en approximation d'impulsion.

Les facteurs de forme axiaux $F_{A_1}^{(1)}$, $F_{A_1}^{(0)}$ et $F_{A_2}^{(0)}$ sont purement en g_A . Par contre, si $F_P^{(1)}$ et $F_P^{(0)}$ sont les seuls à contenir g_P , ce qu'on pouvait prévoir puisque la contribution du pôle de pion au vertex axial est nécessairement en q_λ , ils reçoivent également une contribution en g_A qui est toutefois d'un rang multipolaire plus élevé que chez les facteurs de forme axiaux correspondants ($F_A^{(1)}$ pour $F_P^{(1)}$, $F_A^{(0)}$ pour $F_P^{(0)}$). Les multipôles de deuxième classe en g_T vont entièrement à $F_T^{(1)}$ et $F_T^{(0)}$ qui comprennent également des parties de première classe en g_A provenant de termes correctifs en $\frac{1}{m_P}$. On peut remarquer que si on avait poussé la réduction non relativiste des courants de nucléons jusqu'à l'ordre $1/m_P^2$,

on aurait introduit des termes en g_T dans les $F_A^{(k)}$ et $F_P^{(k)}$. Les dénominations que nous avons adoptées pour les $F^{(k, \alpha)}$ ne sont donc pas toujours entièrement justifiées.

Il serait évidemment facile de déterminer les valeurs de tous les facteurs de forme si on pouvait effectuer avec une précision parfaite divers types d'expériences à moments de transfert variés (taux de transition, mesures de corrélations, de polarisation, etc...). La gamme des possibilités actuelles est malheureusement beaucoup plus restreinte. On ne mesure en général que quelques combinaisons de facteurs de forme. Il est donc nécessaire de faire des hypothèses permettant de négliger certains d'entre eux ou tout au moins de les traiter comme des corrections. Considérons par exemple le vertex vectoriel. La conservation du courant électromagnétique fournit une relation (équ. II.65) entre $F_{V_2}^{(0)}$, $F_S^{(0)}$ et $F_{V_1}^{(0)}$. Comparant (II.65) et (IV.13) (où on a fait $g_S = 0$), on voit qu'il est même possible de négliger $F_{V_1}^{(0)}$ et d'obtenir ainsi $F_S^{(0)}$ en fonction de $F_{V_2}^{(0)}$. De même à $q^2 = 0$, la contribution de M^3 est négligeable. Les mesures de la largeur de raie de la transition $\gamma: J = 1 \rightarrow J' = 2$ et du coefficient de mélange M^1/E^2 conduisent donc à la détermination de $F_M^{(1)}$ et $F_{V_2}^{(0)}$ à $q^2 = 0$, d'où on tire également $F_S^{(0)}$. Les autres facteurs de forme peuvent être évalués par un modèle. Quand le moment de transfert croît, il est nécessaire de supposer que les multiples négligés ne prennent pas une grande influence. Par la diffusion inélastique d'électrons rapides, on peut alors connaître la variation des facteurs de forme principaux en fonction de q^2 . L'hypothèse C.V.C. permet de transposer ces valeurs pour les facteurs de forme vectoriels faibles de la transition analogue. A moment de transfert voisin de zéro, (désintégration β), il existe d'ailleurs des possibilités de détermination directe pour ces derniers grâce à des expériences variées permettant de mesurer les interférences avec les facteurs de forme axiaux qui sont les termes principaux (transition $\Delta J = 1$): forme du spectre β , corrélations $\beta - \gamma$, etc...

La situation est moins favorable pour le courant axial. Les informations expérimentales sont actuellement limitées à quelques valeurs isolées de q^2 : $q^2 \approx 0$ (désintégration β), $q^2 \approx m_\mu^2$ (capture muonique), $q^2 \approx m_\pi^2$ (capture radiative des pions). La valeur ft de la désintégration $\beta: J=1 \rightarrow J'=2$ est essentiellement une mesure de $F_{A_1}^{(1)}(0)$, les contributions des autres fac-

teurs de forme étant à peu près négligeables à si bas moment de transfert (voir toutefois au chapitre V le problème des courants de deuxième classe). Les expériences habituelles de capture muonique ne dépendent que d'une seule combinaison de $F^{(k, \alpha)}$ au point $q^2 \approx m_\mu^2$. Si on suppose que les multipôles autres que $[\sigma]^{1,0}$ sont très petits, il reste trois facteurs de forme dominants : $F_{A_1}^{(1)}$, $F_P^{(1)}$ et $F_T^{(1)}$. Ce dernier devient même un simple terme correctif si on postule l'absence de courants de deuxième classe. L'hypothèse P.C.A.C. (équ.II.69) n'apporte pas pour le moment d'information exploitable puisqu'on sait peu de choses de la constante de couplage pion-noyau.

$$\text{Par analogie avec la relation: } g_P(q^2) \approx g_A^{(0)} \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 + q^2} \quad \text{qui}$$

semble vérifiée par les facteurs de forme des nucléons, on formule habituellement une hypothèse de dominance du facteur de forme pseudoscalaire $F_P^{(1)}$ par le pôle du pion (cf. équ.II.76) :

$$F_P^{(1)}(q^2) \approx -F_{A_1}^{(1)}(q^2)/(q^2 + m_\pi^2) \quad (\text{IV.16})$$

On notera qu'au numérateur on a laissé varier $F_{A_1}^{(1)}$ avec q^2 pour tenir compte de l'effet de la taille nucléaire (dans le cas de la transition entre ^3He et ^3H qui sont pourtant des noyaux petits, F_A subit déjà une réduction de l'ordre de 15 % entre $q^2 = 0$ et $q^2 = m_\mu^2$). Utilisant les formules (IV.15), on voit que l'hypothèse (IV.16) n'est vérifiée en approximation d'impulsion que si on ne tient pas compte de la variation de g_A qui est effectivement faible et si on néglige les multipôles autres que $[\sigma]^{1,0}$, ce qui est cohérent avec les approximations déjà effectuées. Il est également logique de négliger alors le multipôle E^2 et de ne retenir que le facteur de forme magnétique $F_M^{(1)}$ parmi les contributions vectorielles au taux de capture. Connaissant $F_M^{(1)}$ et $F_P^{(1)}$, on peut déterminer $F_{A_1}^{(1)}$ en tenant compte éventuellement des termes correctifs.

Si au contraire, on cherche à calculer le taux de transition par la méthode globale, il faut utiliser d'autres sources d'information sur la valeur de $F_{A_1}^{(1)}(q^2)$ à $q^2 \approx m_\mu^2$. De nombreuses analyses, suivant plus particulièrement les travaux de PRIMAKOFF⁽¹⁴⁾, postulent une variation identique

en q^2 pour les facteurs de forme axiaux et magnétiques dominants :

$$F_{A_1}^{(1)}(q^2)/F_{A_1}^{(1)}(0) \approx F_M^{(1)}(q^2)/F_M^{(1)}(0) \quad (\text{IV.17})$$

D'après (IV.13-14) nous écrivons explicitement $F_M^{(1)}$ sous la forme :

$$F_M^{(1)} = -\frac{1}{m|q|} \frac{3}{2\sqrt{10}} \left\{ g_V \left(\left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{1,1} + \frac{\sqrt{5}}{3} \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{2,1} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10}{3}} \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{2,3} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{7}{3}} \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{3,3} \right) \right. \\ \left. + g_M \frac{|q|}{2m_p} \sqrt{\frac{2}{3}} \left([\sigma]^{1,0} - \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma]^{1,2} - \frac{5}{3\sqrt{2}} [\sigma]^{2,2} - \frac{\sqrt{2}}{3} [\sigma]^{3,2} + \frac{1}{\sqrt{6}} [\sigma]^{3,4} \right) \right\}. \quad (\text{IV.18})$$

Les facteurs de forme de nucléons g_V , g_M et g_A varient peu dans la gamme de moments de transfert que nous considérons. Il semble d'ailleurs que leurs variations soient voisines. Ils ont donc peu d'influence sur la validité de (IV.17). Par contre, si on compare (IV.15) à (IV.18), on voit clairement que cette hypothèse est satisfaite si on peut négliger les termes en $g_V \left[\frac{i\pi}{m} \right]^p$, c'est-à-dire les contributions du mouvement orbital, ou tout au moins si leur variation est voisine de celle des termes magnétiques intrinsèques, ce qui n'est pas sûr étant donné la différence de structure entre les deux types d'opérateurs. Il paraît toutefois probable à la considération des équations (IV.14) que les termes en g_V sont petits si le multipôle E^2 est négligeable (à moins d'une compensation accidentelle avec $[\sigma]^{2,2}$, toutefois les autres approximations discutées plus haut impliquent $[\sigma]^{2,2} \approx 0$).

2 - Transition interdite

Nous retombons sur les développements établis en (II.59-60).

Nous trouvons la correspondance suivante avec les facteurs de forme des nucléons :

Courant vectoriel

$$F_{V_2}^{(1)} = -\sqrt{\frac{3}{5}} \left[(E^{1,-} + \frac{1}{\sqrt{2}} E^{1,+}) + \frac{5}{3\sqrt{2}} M^2 + \frac{\sqrt{2}}{3} (E^{3,-} + \frac{\sqrt{3}}{2} E^{3,+}) \right]$$

$$F_S^{(1)} = \frac{1}{|\vec{q}|^2} 3\sqrt{\frac{3}{10}} \left[E^{1,+} + \frac{5}{9} M^2 - \frac{4}{9} (E^{3,-} - \frac{5\sqrt{3}}{4} E^{3,+}) + (1+2m_p \frac{g_S}{g_V}) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{2}{3}} (C^1 + \frac{\sqrt{14}}{3} C^3) \right]$$

(IV.19)

$$F_{V_1}^{(1)} = \frac{1}{2m|\vec{q}|} (1 - \frac{q_0}{2m_p}) \frac{3}{\sqrt{5}} (C^1 + \frac{\sqrt{14}}{3} C^3) - \frac{q_0}{2m|\vec{q}|^2} 3\sqrt{\frac{3}{10}} \left[E^{1,+} + \frac{5}{9} M^2 - \frac{4}{9} (E^{3,-} - \frac{5\sqrt{3}}{4} E^{3,+}) \right]$$

$$F_{V_2}^{(0)} = \frac{1}{|\vec{q}|^2} \sqrt{\frac{15}{2}} (E^{3,-} + \frac{\sqrt{3}}{2} E^{3,+}) \quad F_M^{(0)} = \frac{1}{|\vec{q}|^2} 2\sqrt{\frac{10}{3}} \left[M^2 + \frac{1}{4} (E^{3,-} + \frac{\sqrt{3}}{2} E^{3,+}) \right]$$

$$F_S^{(0)} = -\frac{1}{|\vec{q}|^4} \frac{7}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} \left[E^{3,+} + (1+2m_p \frac{g_S}{g_V}) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \frac{2}{\sqrt{7}} C^3 \right] \quad F_{V_1}^{(0)} = -\frac{1}{2m|\vec{q}|^3} (1 - \frac{q_0}{2m_p}) \sqrt{\frac{35}{2}} C^3 + \frac{q_0}{2m|\vec{q}|^4} \frac{7}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} E^{3,+}$$

Courant axial

$$F_{A_2}^{(1)} = \frac{i}{m|\vec{q}|} \frac{3}{2\sqrt{10}} g_A \left([\sigma]^{1,1} + \frac{\sqrt{5}}{3} [\sigma]^{2,1} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10}{3}} [\sigma]^{2,3} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{7}{3}} [\sigma]^{3,3} \right)$$

$$F_{A_1}^{(0)} = \frac{i}{m|\vec{q}|} \frac{1}{\sqrt{2}} g_A \left([\sigma]^{2,1} - \sqrt{\frac{2}{3}} [\sigma]^{2,3} - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{35}{3}} [\sigma]^{3,3} \right) \quad F_{A_2}^{(0)} = \frac{i}{m|\vec{q}|^3} \frac{1}{4} \sqrt{\frac{105}{2}} g_A [\sigma]^{3,3}$$

(IV.20)

$$F_P^{(0)} = \frac{i}{m|\vec{q}|^3} \frac{5}{6} \left[g_A ([\sigma]^{2,3} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{10}} [\sigma]^{3,3}) - g_P \frac{|\vec{q}|^2}{m_p^2} \frac{\sqrt{6}}{5} ([\sigma]^{2,1} + \sqrt{\frac{3}{2}} [\sigma]^{2,3}) \right]$$

$$F_T^{(0)} = \frac{i}{4m^2|\vec{q}|^2} \sqrt{\frac{5}{3}} \left[g_A \left(i \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{m_p} \right)^2 + (g_A - 2m_p g_T) \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{2}{5}} ([\sigma]^{2,1} + \sqrt{\frac{3}{2}} [\sigma]^{2,3}) \right] - \frac{i q_0}{4m^2|\vec{q}|^3} \frac{5}{3} g_A ([\sigma]^{2,3} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{10}} [\sigma]^{3,3})$$

On notera que tous les facteurs de forme sont purement imaginaires si les g_A , g_V ... sont eux-mêmes réels). Comme nous l'avons précisé au chapitre II, ce fait n'est pas incompatible avec l'invariance par renversement du temps et implique seulement un choix particulier des phases η_T et η'_T .

Il apparaît également que, même à $q^2 = 0$, quatre facteurs de forme sont importants : $F_{V_2}^{(1)}$, $F_{V_1}^{(1)}$, $F_{A_2}^{(1)}$ et $F_{A_1}^{(0)}$. Ceci est un trait bien connu des transitions interdites (à l'exception toutefois des transitions "uniques"). Il sera donc en général difficile d'obtenir une détermination indépendante des facteurs de forme dominants.

II - ETUDE D'UNE TRANSITION $J = J' = 1$ AVEC $\eta_P \eta'_P = +1$

Nous envisageons également le cas des spins égaux car il permet d'introduire le traitement des transitions de Fermi ($\Delta J = 0, \eta_P \eta'_P = +1$). Nous désirons également montrer les implications de la G-parité quand les deux états font partie du même isomultiplet. Nous ignorons le cas du changement de parité pour les raisons exposées au paragraphe précédent. Le développement des vertex en facteurs de forme invariants prend une forme très symétrique :

$$\begin{aligned} \langle 1, M' | J_{\lambda}^{V(0)} | 1, M \rangle = & F_{V_1}^{(1)} P_{\lambda} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\mu}^{(M)} + F_S^{(1)} q_{\lambda} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\mu}^{(M)} \\ & + F_{V_1}^{(0)} P_{\lambda} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\nu}^{(M)} q_{\mu} q_{\nu} + F_S^{(0)} q_{\lambda} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\nu}^{(M)} q_{\mu} q_{\nu} \quad (\text{IV.21}) \\ & + F_{V_2}^{(0)} \frac{1}{2} [T_{\lambda}^{(M')\dagger} S_{\mu}^{(M)} + T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\lambda}^{(M)}] q_{\mu} + F_M^{(0)} \frac{1}{2} [T_{\lambda}^{(M')\dagger} S_{\mu}^{(M)} - T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\lambda}^{(M)}] q_{\mu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle 1, M' | J_{\lambda}^{A(0)} | 1, M \rangle = & F_{A_1}^{(0)} \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\nu}^{(M)} P_{\rho} + F_{A_2}^{(0)} \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} \frac{1}{2} [T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\sigma}^{(M)} + T_{\sigma}^{(M')\dagger} S_{\mu}^{(M)}] P_{\nu} q_{\rho} q_{\sigma} \\ & + F_P^{(0)} q_{\lambda} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\nu}^{(M)} q_{\rho} P_{\sigma} + F_T^{(0)} P_{\lambda} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} T_{\mu}^{(M')\dagger} S_{\nu}^{(M)} q_{\rho} P_{\sigma} \quad (\text{IV.22}) \end{aligned}$$

Les relations de la forme (II.35) appropriées à une transition 1-1 s'écrivent :

$$F^{(1,C)} = -\frac{1}{|q|} \frac{1}{\sqrt{3}} (a^{(0,1)} - a^{(2,1)} + \sqrt{\frac{3}{2}} a^{(2,3)}) \quad 2\bar{m} F^{(1,D)} + q_0 F^{(1,C)} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (a^{(0)} + \sqrt{\frac{3}{2}} a^{(2)})$$

$$F^{(0,A)} = -\frac{\sqrt{3}}{|\vec{q}|} (a^{(2,1)} + \sqrt{\frac{2}{3}} a^{(2,3)}) \quad F^{(0,B)} = -\frac{\sqrt{3}}{|\vec{q}|} a^{(1,1)} \quad (\text{IV.23})$$

$$F^{(0,C)} = \frac{1}{|\vec{q}|^3} \frac{5}{\sqrt{2}} a^{(2,3)} \quad 2\bar{m} F^{(0,D)} + q_0 F^{(0,C)} = \frac{1}{|\vec{q}|^2} \sqrt{\frac{15}{2}} a^{(2)}$$

$$\bar{F}^{(0,A)} = \frac{1}{2\bar{m}\sqrt{2}} (a^{(1,0)} + \frac{1}{\sqrt{2}} a^{(1,2)}) \quad \bar{F}^{(0,B)} = -\frac{1}{\bar{m}|\vec{q}|^2} \sqrt{5} a^{(2,2)} \quad (\text{IV.24})$$

$$\bar{F}^{(0,C)} = -\frac{1}{\bar{m}|\vec{q}|^2} \frac{3}{4} a^{(1,2)} \quad 2\bar{m} \bar{F}^{(0,D)} + q_0 \bar{F}^{(0,C)} = -\frac{1}{2\bar{m}|\vec{q}|} \sqrt{\frac{3}{2}} a^{(1)}$$

Nous vérifions la propriété démontrée plus haut que $F^{(k,A)}$ et $F^{(k,C)}$ (ainsi que $\bar{F}^{(k,A)}$ et $\bar{F}^{(k,C)}$) ne contiennent que des multipôles du type $a^{j,j\pm 1}$ cependant que $F^{(k,B)}$ et $\bar{F}^{(k,B)}$ sont constitués par les seuls $a^{j,j}$. Le contenu non relativiste des facteurs de forme vectoriels est donné ci-dessous :

$$F_S^{(1)} = -\frac{1}{|\vec{q}|} \frac{1}{\sqrt{3}} \left[E^{0,+} - E^{2,-} + \sqrt{\frac{3}{2}} E^{2,+} + (1 + 2m_\pi \frac{q_s}{q_v}) \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} (C^0 + \sqrt{\frac{5}{2}} C^2) \right]$$

$$F_{V_1}^{(1)} = -\frac{1}{2\bar{m}\sqrt{3}} (1 - \frac{q_0}{2m_\pi}) (C^0 + \sqrt{\frac{5}{2}} C^2) + \frac{q_0}{2\bar{m}|\vec{q}|} \frac{1}{\sqrt{3}} (E^{0,+} - E^{2,-} + \sqrt{\frac{3}{2}} E^{2,+}) \quad (\text{IV.25})$$

$$F_{V_2}^{(0)} = -\frac{\sqrt{3}}{|\vec{q}|} (E^{2,-} + \sqrt{\frac{2}{3}} E^{2,+}) \quad F_M^{(0)} = -\frac{\sqrt{3}}{|\vec{q}|} M^1$$

$$F_S^{(0)} = \frac{1}{|\vec{q}|^3} \frac{5}{\sqrt{2}} \left[E^{2,+} + (1 + 2m_\pi \frac{q_s}{q_v}) \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{3}{5}} C^2 \right] \quad F_{V_1}^{(0)} = \frac{1}{2\bar{m}|\vec{q}|^2} (1 - \frac{q_0}{2m_\pi}) \sqrt{\frac{15}{2}} C^2 - \frac{q_0}{2\bar{m}|\vec{q}|^3} \frac{5}{\sqrt{2}} E^{2,+}$$

On a de même pour le courant axial :

$$F_{A_1}^{(0)} = -\frac{1}{2\bar{m}\sqrt{2}} g_A ([\sigma]^{1,0} - \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma]^{1,2}) \quad F_{A_2}^{(0)} = -\frac{\sqrt{5}}{\bar{m}|\vec{q}|^2} g_A [\sigma]^{2,2}$$

$$F_P^{(0)} = -\frac{1}{\bar{m}|\vec{q}|^2} \frac{3}{4} \left[g_A [\sigma]^{1,2} - g_P \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \frac{\sqrt{2}}{3} ([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2}) \right] \quad (\text{IV.26})$$

$$F_\pi^{(0)} = -\frac{1}{4\bar{m}^2|\vec{q}|} \sqrt{\frac{3}{2}} \left[g_A [\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\pi}}{m_\pi}]^1 + (g_A - 2m_\pi g_\pi) \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{1}{3}} ([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2}) \right] + \frac{q_0}{4\bar{m}^2|\vec{q}|^2} \frac{3}{2} g_A [\sigma]^{1,2}$$

Nous observons que les facteurs de forme sont un peu plus purs que dans le cas précédent. En particulier, les multipôles électriques et magnétiques sont séparés. Les problèmes de détermination se posent de la même façon que pour la transition $2 \rightarrow 1$ avec un terme dominant supplémentaire lorsqu'on est à l'intérieur d'un multiplet d'isospin. Le facteur de forme $F_{V_1}^{(1)}$ du courant faible représente en effet l'élément de matrice de Fermi qui obéit à la règle de sélection $\Delta T = 0$ à la limite $|\vec{q}| = 0$. Par le fait de la transition β on obtient une relation entre $F_{A_1}^{(0)}(0)$ et $F_{V_1}^{(1)}(0)$. Il est possible de mesurer le paramètre de mélange par une expérience spéciale de corrélation angulaire. Pour le courant électromagnétique, la valeur de $F_{V_1}^{(1)}$ en fonction de q^2 peut être fournie par la diffusion d'électrons. A l'intérieur d'un multiplet d'isospin, c'est-à-dire plus exactement, si l'état initial et l'état final sont identiques, cette information est apportée par la diffusion élastique (si $T \neq T'$, $F_{V_1}^{(1)}(q^2)$ est certainement petit), $F_{V_1}^{(0)}$ représentant la charge du noyau. De même $F_M^{(0)}$, $F_{V_2}^{(0)}$, sont reliés aux facteurs de forme des moments dipolaires magnétiques et quadrupolaires électriques. Par l'intermédiaire de C.V.C., ces informations servent également à déterminer les valeurs des facteurs de forme vectoriels faibles.

Nous avons vu au chapitre II que si les deux états appartiennent au même isomultiplet, on peut attribuer une classe déterminée aux facteurs de forme. Pour la transition étudiée ici, $F_{V_1}^{(1)}$, $F_{V_1}^{(0)}$, $F_M^{(0)}$ ainsi que $F_{A_1}^{(0)}$ et $F_P^{(0)}$ doivent alors appartenir à la première classe et $F_S^{(1)}$, $F_S^{(0)}$, $F_{V_2}^{(0)}$ ainsi que $F_{A_2}^{(0)}$ et $F_T^{(0)}$ à la seconde classe. Les contributions de première classe à $F_S^{(1)}$, $F_S^{(0)}$, $F_{V_2}^{(0)}$, $F_{A_2}^{(0)}$ et $F_T^{(0)}$ sont donc identiquement nulles. Cette condition implique que des règles de sélection agissent sur les éléments de matrice réduits de certains opérateurs. Nous devons avoir en effet :

$$\begin{aligned}
 [\sigma]^{2,2} &= 0 & \left[i \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi}}{m_p} \right]^1 + \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{1}{3}} ([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2}) &= 0 \\
 E^{2,-} + \sqrt{\frac{2}{3}} E^{2,+} &= 0 & E^{0,+} + \frac{|\vec{q}|}{2m_p} C^0 &= 0 & E^{2,+} + \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{3}{5}} C^2 &= 0
 \end{aligned} \tag{IV. 27}$$

Les dernières relations se traduisent par :

$$\left[\frac{i\Pi}{m_p} \right]^{2,3} - \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{3}{5}} [1]^2 = 0 \quad \left[\frac{i\Pi}{m_p} \right]^{2,1} - \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{2}{5}} [1]^2 = 0 \quad \left[\frac{i\Pi}{m_p} \right]^{0,1} - \frac{|\vec{q}|}{2m_p} [1]^0 = 0$$

Des règles de sélection de ce type peuvent être déduites directement et l'approximation d'impulsion, mais elles ne sont pas aussi évidentes à priori. Par exemple, Holstein a donné récemment une démonstration de la deuxième des relations (IV.27) en faisant appel aux transformations d'isospin et de renversement du temps⁽¹⁴⁾. Comme nous l'avons déjà fait lors de l'établissement des théorèmes sur les vertex des divergences des courants (chapitre II), il convient d'insister sur le fait que les expressions (IV.27) sont des relations entre éléments de matrice qui ne sont pas équivalentes à des contraintes sur les opérateurs correspondants, contrairement à ce qui se passe pour C.V.C. ou P.C.A.C. En d'autres termes, ce sont des relations d'origine "cinématique" et non "dynamique".

III - CONSIDERATIONS GENERALES SUR UNE TRANSITION QUELCONQUE

L'étude des quelques cas particuliers que nous venons d'envisager permet de tirer des conclusions d'une validité générale. Les facteurs de forme sont le plus souvent très mélangés par rapport aux contributions élémentaires des nucléons. Même en supposant qu'on puisse négliger les effets de renormalisation sur les interactions fondamentales des nucléons (c'est-à-dire en posant $g_S = g_T = g_P = 0$, $g_M = 1$), aucun d'entre eux ne devient nul à cette limite. Cette complication provient évidemment de la structure composite des noyaux. Toutes les constatations faites aux paragraphes précédents sur le contenu des facteurs de forme demeurent valables. En particulier les termes en g_S et g_P ne vont qu'à des $F^{(k, \alpha)}$ des types F_S et F_P . De même la constante de couplage axiale de deuxième classe g_T ne contribue qu'à F_T . Cette dernière propriété n'est toutefois vraie qu'à l'ordre $1/m_p^2$ près. En approximation d'impulsion, les seuls facteurs de forme à comporter une partie de deuxième classe sont donc des types F_T et F_S . Nous verrons au chapitre suivant qu'il convient de rectifier cette affirmation si on tient compte du fait que les nucléons d'un noyau ne sont pas sur leur couche de masse. Les attributions de classe suivant la G-parité conduisent à des règles de sélection du type (IV.27) pour les transitions entre états d'un même isomultiplet. Leur forme générale est donnée ci-après :

$$[\sigma]^{j,j} = 0 \quad \text{avec} \quad (-)^j = +1$$

$$\left[i \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{m_\pi} \right]^{j,j} + \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{j}{j+1}} \left([\sigma]^{j,j-1} + \sqrt{\frac{j+1}{j}} [\sigma]^{j,j+1} \right) = 0 \quad \text{avec} \quad (-)^j = -1$$

(IV.28)

$$\left[\frac{i\pi}{m_\pi} \right]^{j,j-1} - \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{j}{j+1}} [1]^{j,j} = 0 \quad \left[\frac{i\pi}{m_\pi} \right]^{j,j+1} - \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{j+1}{j}} [1]^{j,j} = 0 \quad (-)^j = +1$$

Il est évident que les techniques expérimentales actuelles ne sont pas suffisantes pour permettre la détermination de tous les facteurs de forme. Le cas le plus favorable est présenté par les transitions permises. On peut mesurer en général deux ou trois combinaisons de facteurs de forme vectoriels à plusieurs valeurs du moment de transfert. Les informations sur les facteurs de forme axiaux sont plus rares et il est nécessaire de faire appel à des hypothèses supplémentaires. L'application de la méthode globale à des problèmes d'évaluation de taux de transition est donc limitée pour le moment aux cas où les règles de sélection restreignent le nombre des multipôles importants, ce qui permet l'extraction du petit nombre de facteurs de forme dominants à partir des données expérimentales. L'hypothèse fréquemment rencontrée de dominance du facteur de forme pseudoscalaire principal par le pôle du pion n'est valable que si le multipôle $[\sigma]^{j,j}$ le plus bas est prédominant. Le postulat le plus important fixe la valeur du facteur de forme axial principal. Il stipule une variation identique pour les facteurs de forme axiaux et magnétiques (cf. éq. IV.17). Il n'est vérifié que si on peut négliger les contributions orbitales. Les calculs faits jusqu'à présent en méthode globale ne sont donc pas toujours exempts d'incertitudes. La validité des hypothèses supplémentaires doit être testée dans chaque cas particulier, ce qui est possible avec la technique que nous venons de développer. Nous donnons au chapitre V un exemple d'un tel traitement.

Il faut rappeler que ces conclusions ont été obtenues par l'approximation d'impulsion. La considération des courants d'échange de mésons est susceptible de les modifier quelque peu. Notre méthode permet d'ailleurs de calculer les changements subis par les facteurs de forme invariants une

fois connus les multipôles des courants à deux corps. En particulier, les effets d'échange peuvent introduire des composantes de deuxième classe dans des facteurs de forme qui sont de première classe si on ne considère que les courants à un corps (ce fait a déjà été noté par PRIMAKOFF⁽¹⁴⁾). Les conditions de validité des hypothèses supplémentaires étudiées plus haut et plus spécialement du postulat (IV.17), peuvent également changer. En effet, il a été démontré⁽¹⁰⁾ que les opérateurs à deux corps sont de nature complètement différente pour le courant vectoriel et le courant axial. Même si on peut espérer que les effets d'échange soient faibles à bas moment de transfert, on ne sait pas à partir de quelle valeur de q^2 ils commencent à influencer sérieusement sur la variation des facteurs de forme. On s'attend en tout cas qu'à partir de $q^2 \approx 1,5 \text{ à } 2 m_\pi^2$ les effets de corrélations à courte distance se fassent fortement sentir. Il est donc possible à priori que pour $q^2 \approx m_\mu^2$ (capture de muons) ou $q^2 \approx m_\pi^2$ (capture radiative de pions), les valeurs des facteurs de forme axiaux et magnétiques ne soient pas reliées par l'équation (IV.17), même si cette dernière est vérifiée en approximation d'impulsion. Ce point est évidemment crucial si on tient à bénéficier pour le courant axial des nombreuses informations disponibles sur les facteurs de forme électromagnétiques.

CHAPITRE V

APPLICATIONS

I - TRAITEMENT GLOBAL DES COURANTS AXIAUX DE DEUXIEME CLASSE

Le bon accord de la théorie C.V.C. avec les données expérimentales actuelles implique l'absence de courants vectoriels faibles de deuxième classe. La situation est beaucoup plus confuse pour les courants axiaux. WILKINSON a montré ⁽³¹⁾ que les valeurs ft des désintégrations β^+ et β^- de noyaux miroirs diffèrent systématiquement de 10 à 20 % (nous rappelons que deux transitions telles que $|J; T, T_3\rangle \rightarrow |J'; T', T'_3\rangle$ et $|J; T, -T_3\rangle \rightarrow |J'; T', -T'_3\rangle$ sont dites transitions miroirs). Cet effet est caractérisé par le paramètre $\delta = \frac{ft_{\beta^+}}{ft_{\beta^-}} - 1 \approx 0,1 \text{ à } 0,2$. Alors que les premières constatations semblaient indiquer que δ variait proportionnellement à la somme des énergies de transition $W_0^+ + W_0^-$, il découle d'une expérience plus récente ⁽³⁵⁾ sur les noyaux $A = 8$ que δ est à peu près indépendant de l'énergie.

S'il était possible d'ignorer les effets coulombiens de toutes origines, il serait logique d'attribuer cette asymétrie δ à l'existence de courants de deuxième classe. Considérons en effet le courant $J_\lambda^{(+)}$ qui élève la charge. Par couplage avec le courant leptonique $\mathcal{L}_\lambda$ qui contient les opérateurs de création de négatons, on obtient l'interaction responsable de la désintégration β^- . L'émission β^+ est gouvernée par le couplage hermitique conjugué $J_\lambda^{(+)\dagger} \mathcal{L}_\lambda^\dagger$ (par suite de notre métrique, il faut écrire la partie hadronique $(-)\delta_{\lambda 4} J_\lambda^{(+)\dagger}$, le même facteur de phase apparaissant dans le courant leptonique). Reprenant la définition des classes suivant Cabibbo (cf. chapitre II, paragraphe 5) on a :

$$(-)^{\delta_{\lambda 4}} J_{\lambda}^{(+)}(1)^{\dagger} = - U J_{\lambda}^{(+)}(1) U^{-1}$$

$$(-)^{\delta_{\lambda 4}} J_{\lambda}^{(+)}(2)^{\dagger} = + U J_{\lambda}^{(+)}(2) U^{-1}$$

où $J_{\lambda}(1)$ et $J_{\lambda}(2)$ correspondent aux courants de première et deuxième classe. La désintégration $\beta^{-} |T, T_3\rangle \rightarrow |T', T_3+1\rangle$ est donc déterminée par le vertex :

$$\langle T', T_3+1 | J_{\lambda}^{(+)}(1) + J_{\lambda}^{(+)}(2) | T, T_3 \rangle$$

alors qu'on obtient pour la transition miroir $|T, -T_3\rangle \rightarrow |T', -T_3-1\rangle$:

$$\begin{aligned} (-)^{\delta_{\lambda 4}} \langle T', -T_3-1 | J_{\lambda}^{(+)}(1)^{\dagger} + J_{\lambda}^{(+)}(2)^{\dagger} | T, -T_3 \rangle &= - \langle T', -T_3-1 | U(J_{\lambda}^{(+)}(1) - J_{\lambda}^{(+)}(2)) U^{-1} | T, -T_3 \rangle \\ &= (-)^{T'-T} \langle T', T_3+1 | J_{\lambda}^{(+)}(1) - J_{\lambda}^{(+)}(2) | T, T_3 \rangle \end{aligned} \quad (V.1)$$

Il apparaît donc que les termes d'interférence entre courants de classes différentes changent de signe lorsqu'on passe de l'émission β^{-} à l'émission β^{+} , ce qui entraîne l'asymétrie des valeurs $ft^{(8)}$. Le facteur de phase $(-)^{T'-T}$ est bien entendu sans importance.

L'interprétation des travaux de Wilkinson a donné naissance à des controverses théoriques sur les rôles respectifs des courants à un corps et des courants d'échange ^(32, 36). Il est cependant possible d'utiliser la méthode globale pour déterminer les quelques propriétés des vertex de deuxième classe qui sont de simples conséquences de la covariance. Nous définissons par $F^{(k, \alpha)}(1)$ et $F^{(k, \alpha)}(2)$ les facteurs de forme correspondant aux vertex de $J_{\lambda}^{(+)}(1)$ et $J_{\lambda}^{(+)}(2)$. Nous limitons nos investigations aux transitions permises qui sont les seules à avoir été étudiées expérimentalement. Comme les termes de deuxième classe sont certainement petits, nous ne prenons en considération que les interférences avec le facteur de forme axial dominant. Il n'est pas nécessaire d'inclure le facteur de forme vectoriel principal, car un

calcul de ft ne fait pas intervenir d'interférences entre les éléments de matrice de Fermi et de Gamow-Teller. D'ailleurs aucune des transitions étudiées n'a lieu à l'intérieur d'un isomultiplet.

Nous remarquons qu'un vecteur de base $V_\lambda^{(k, \alpha)}$ d'ordre n en q_μ , conduit après sommation sur les diverses variables non observées à une contribution au ft qui est au moins d'ordre W_0^n si on néglige la masse de l'électron. Si on se limite au premier ordre en W_0 , il suffit donc de tenir compte des seuls vecteurs de base d'ordre zéro et un en q_μ . Il est facile de voir à l'aide des développements (II.55 à 58) que les $V_\lambda^{(i)}$ d'ordre zéro correspondant aux transitions permises sont donnés par le tableau suivant :

	spins entiers	spins demi-entiers
$\Delta J = 0 \quad \eta_P \eta'_P = +1$	$\bar{V}_\lambda^{(J-1, A)}$	$\bar{V}_\lambda^{(J-\frac{1}{2}, A)}$
$\Delta J = 1 \quad \eta_P \eta'_P = +1$	$V_\lambda^{(J, A)}$	$V_\lambda^{(J-\frac{1}{2}, A)}$

De même les $V_\lambda^{(i)}$ d'ordre un sont respectivement $\bar{V}_\lambda^{(J-1, D)}$, $V_\lambda^{(J, D)}$, $\bar{V}_\lambda^{(J-\frac{1}{2}, D)}$, $V_\lambda^{(J-\frac{1}{2}, D)}$. Ne conservant que le facteur de forme dominant dans le vertex axial de première classe, on peut déterminer les termes d'interférence jusqu'à l'ordre W_0 inclus à l'aide des relations suivantes :

$$\langle T' | J_\lambda(1) \pm J_\lambda(2) | T \rangle \approx$$

$$\begin{aligned}
 & \text{spins entiers} \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta J = 0 & \quad [F_{A_1}^{(J-1)}(1) \pm F_{A_1}^{(J-1)}(2)] \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-1} \mu}^\dagger S_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-1} \nu} P_\rho \\ & \quad \pm F_T^{(J-1)}(2) P_\lambda \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} T_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-1} \mu}^\dagger S_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-1} \nu} q_\rho P_\sigma \\ \Delta J = 1 & \quad [F_{A_1}^{(J)}(1) \pm F_{A_1}^{(J)}(2)] T_{\alpha_1 \dots \alpha_J \lambda}^\dagger S_{\alpha_1 \dots \alpha_J} \pm F_T^{(J)}(2) P_\lambda T_{\alpha_1 \dots \alpha_J \mu}^\dagger S_{\alpha_1 \dots \alpha_J} q_\mu \end{aligned} \right. \quad (V.2) \\
 & \text{spins demi entiers} \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta J = 0 & \quad [F_{A_1}^{(J-\frac{1}{2})}(1) \pm F_{A_1}^{(J-\frac{1}{2})}(2)] \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \lambda} i \gamma_5 U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \mu} \pm F_T^{(J-\frac{1}{2})}(2) P_\lambda \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \mu} \gamma_5 U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \mu} \\ \Delta J = 1 & \quad [F_{A_1}^{(J-\frac{1}{2})}(1) \pm F_{A_1}^{(J-\frac{1}{2})}(2)] \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \lambda} U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \mu} \pm F_T^{(J-\frac{1}{2})}(2) P_\lambda \bar{U}_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \mu} U_{\alpha_1 \dots \alpha_{J-\frac{1}{2}} \mu} q_\mu \end{aligned} \right. \quad (V.3)
 \end{aligned}$$

où nous avons supposé $J' > J$.

Attribuant toute l'asymétrie observée aux effets de deuxième classe, nous trouvons dans le cas des spins entiers et $\Delta J = 1$ * :

$$f_{\beta\pm} \propto [F_A(1)]^2 \pm 2 F_A(1) F_A(2) \pm \frac{4}{3} \bar{m} W_0^{\pm} F_A(1) F_T(2) \quad (V.4)$$

où nous avons supposé pour simplifier que les facteurs de forme sont réels. Nous avons également écrit $F_{A_1}^{(k)} = F_A$, $F_T^{(k)} = F_T$. Il vient des relations identiques ou similaires dans les trois autres cas. Pour les transitions entre membres d'un isomultiplet, on doit avoir $F_{A_1}(2) = 0$, d'où $\delta = 0$. Il est logique en effet d'ignorer les différences de masse $W_0^{\pm}$ puisqu'on a fait appel à l'invariance des forces nucléaires sous le groupe d'isospin pour écrire (V.1).

Développant $F_A(2)$ en puissances de W_0 , on a :

$$F_A(2) \approx G_A(2) + W_0 H_A(2)$$

d'où finalement :

$$\delta \approx 4 \frac{G_A(2)}{F_A(1)} + (W_0^+ + W_0^-) \left(2 \frac{H_A(2)}{F_A(1)} + \frac{4\bar{m}}{3} \frac{F_T(2)}{F_A(1)} \right) \quad (V.5)$$

La constance de δ implique : $H_A(2) + \frac{2}{3} \bar{m} F_T(2) = 0$.

Diverses corrélations angulaires sont sensibles en principe^(36, 37) à $F_T(2)$, $F_A(2)$ n'intervenant que si on tient compte de sa dépendance en q^2 . Il est donc à priori possible de déterminer les trois quantités $G_A(2)$, $H_A(2)$ et $F_T(2)$. Cette description constitue un exemple de paramétrisation de résultats expérimentaux par des facteurs de forme invariants.

Si on postule la conservation du courant axial de deuxième classe⁽³⁶⁾, on obtient des contraintes sur les facteurs de forme. Il suffit de reprendre les relations (II.69-70) établies pour P.C.A.C. et de remplacer le second membre par zéro. On trouve que la condition $\partial_\lambda J_\lambda^A(2) = 0$ entraîne :

$$F_A(2) + q^2 F_P(2) + (m^2 - m'^2) F_T(2) = 0 \quad (V.6)$$

* Le cas particulier des transitions $B^{12} \rightarrow C^{12} \leftarrow N^{12}$ ($J'=0, J=1$) a été traité par KIM⁽³⁷⁾.

sauf dans le cas des spins demi-entiers avec $\Delta J = 0$, où on a :

$$-(m+m') F_A(2) + q^2 F_P(2) + (m^2 - m'^2) F_T(2) = 0$$

On déduit de ces deux relations que $F_A(2)$ est au moins d'ordre $W_0 \equiv m - m'$ (le terme en $q^2 F_P$ introduirait une contribution à δ en W_0^2). On obtient donc pour l'exemple donné en (V.4-5) :

$$G_A(2) = 0 \quad H_A(2) = -2\bar{m} F_T(2)$$

d'où :

$$\delta \approx -(W_0^+ + W_0^-) \frac{8\bar{m}}{3} \frac{F_T(2)}{F_A(1)} \quad (V.7)$$

Les mêmes propriétés sont valables à des facteurs près pour les trois cas non considérés explicitement. La conservation du courant implique donc que δ est proportionnel à la somme des énergies de transition^{*}. Nous retrouvons directement un résultat établi dans la référence 36 à l'aide du théorème d'Adler et Dothan. Il est d'ailleurs possible d'obtenir les mêmes conclusions par une autre méthode. Il suffit de constater que dans des systèmes tels que le système de Breit ($\vec{P} = 0$) ou le système du laboratoire ($\vec{p} = 0$), la composante de temps du vertex axial Γ_λ (aussi bien pour la première que pour la deuxième classe) est au moins d'ordre $|\vec{q}|$ pour les transitions permises (voir par exemple les relations V.2 et 3). La conservation du courant se traduit par :

$$\vec{q} \cdot \vec{\Gamma}(2) = q_0 \Gamma_0(2) \quad \text{où} \quad \Gamma_0(2) = \vec{A} \cdot \vec{q}$$

$\vec{A}$ étant un vecteur axial. On en déduit que $\vec{\Gamma}(2)$ est au moins d'ordre q_0 . Donc les composantes tant spatiales que temporelles du vertex de deuxième classe conduisent à un δ au moins proportionnel à W_0 . Les résultats de Wilkinson sur les noyaux $A = 8$ sont toutefois contradictoires avec cette conséquence de l'hypothèse $\partial_\lambda J_\lambda(2) = 0$.

* Un travail récent de BEG et BERNSTEIN⁽²⁶⁾ aboutit aux mêmes conclusions par une méthode indépendante.

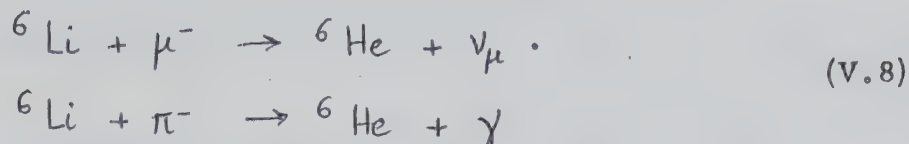
On a beaucoup discuté^(32, 36) les implications de l'asymétrie miroir δ mesurée dans les noyaux sur les propriétés des courants de deuxième classe des nucléons. Il a été montré⁽³⁶⁾ que l'approximation d'impulsion devait être modifiée pour tenir compte du caractère "hors couche de masse" des nucléons liés. Il est possible de former de nombreux covariants de deuxième classe autres que $P_\lambda \gamma_5$ ($P_\lambda \gamma_5$ n'est la forme la plus générale que si les nucléons obéissent à l'équation de Dirac, ce qui n'est pas tout à fait le cas dans un noyau). Aux ordres les plus bas en q_μ , il est suffisant de remplacer le couplage $g_T P_\lambda \gamma_5$ par la combinaison $g_T P_\lambda \gamma_5 + g'_T i \sigma_{\lambda\mu} q_\mu \gamma_5 + g''_T \frac{P \cdot q}{2m} i \gamma_\lambda \gamma_5$. Dans les expressions (IV.4) définissant les courants à un corps, il faut alors changer $-g_A \vec{\sigma}^{(i)}$ en : $[-g_A + q_0 (g'_T + g''_T)] \vec{\sigma}^{(i)}$ et $g_T \vec{\sigma}^{(i)} \cdot \vec{q}$ par $(g_T + g'_T) \vec{\sigma}^{(i)} \cdot \vec{q}$ (on notera que $q_0 \approx -W_0$). Les multipôles (IV.10) doivent être modifiés en conséquence. On voit sur les expressions (IV.15, 20 et 26) que les facteurs de forme des types F_A et F_P qui étaient purement de première classe comportent maintenant une composante de deuxième classe en $q_0 (g'_T + g''_T)$ qui contribue par exemple au terme $H_A(2)$ de l'équation (V.5). On remarque que malgré ce changement, l'approximation d'impulsion conduit toujours à $\delta \propto W_0$. La considération de courants d'échange est cependant susceptible d'introduire des termes indépendants de l'énergie si le courant total n'est pas conservé⁽³²⁾. Il faut noter que, conformément à une remarque faite ci-dessus, la composante de temps du vertex sera toujours d'ordre $|\vec{q}|$. Seule la composante spatiale du courant mésonique peut fournir une valeur de δ indépendante de l'énergie.

Il est donc très possible qu'il y ait un mécanisme délicat de compensation entre les diverses contributions en W_0 . Il faut faire appel à une mesure de corrélations pour décider de la présence ou l'absence de termes dépendant de l'énergie comme nous l'avons vu en discutant la formule (V.5). (détection du facteur de forme F_T).

II - ETUDE DE LA TRANSITION ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^6\text{He}$ PAR CAPTURE DE MUONS ET CAPTURE RADIATIVE DE MESONS π .

A titre d'application pratique de notre technique à l'évaluation de taux de transition, nous reprenons ici les résultats d'un travail précédent⁽³⁸⁾ sur les réactions de capture de muons et de pions négatifs dans le li-

thium 6. Nous considérons plus précisément les réactions :



où le muon et le méson π sont liés sur l'orbite $1s$ d'un atome muonique ou pionique. Le noyau final est l'état fondamental de l'hélium 6. L'amplitude de la première réaction est donnée par le couplage bien connu entre courants faibles de hadrons et de leptons :

$$T^{(\mu)} = \frac{\mathcal{N}}{\sqrt{2}} G \langle {}^6\text{He} | J_\lambda^A(0) + J_\lambda^V(0) | {}^6\text{Li} \rangle \mathcal{L}_\lambda(0) \delta(p' + p_\nu - p - p_\mu) \quad (\text{V.9})$$

où G est la constante de couplage faible ($G \approx 2,98 \cdot 10^{-12} \text{ m}_e^{-2}$) et $\mathcal{N}$ les facteurs de normalisation invariante. De même, à la limite des pions de masse nulle, l'amplitude de capture radiative ne dépend que du vertex du courant axial (voir par exemple la référence 39) :

$$T^{(\pi\gamma)} = \mathcal{N} \frac{e_r}{f_\pi} \langle {}^6\text{He} | J_\lambda^A(0) | {}^6\text{Li} \rangle \epsilon_\lambda \delta(p' + k - p - p_\pi) \quad (\text{V.10})$$

avec $e_r^2 = \frac{4\pi}{137}$, $f_\pi = 0,932$; k et ϵ_λ désignent le moment et le vecteur de polarisation du photon. Les moments de transfert correspondant aux deux réactions sont $q^2 \approx 0,521 \text{ m}_\pi^2$ (capture de muons) et $q^2 \approx 0,922 \text{ m}_\pi^2$ (capture de pions).

L'état initial et l'état final ayant les spins 1 et 0 et la même parité, nous avons les décompositions suivantes pour les fonctions de vertex :

$$\begin{aligned} \langle J'=0, M'=0 | J_\lambda^V(0) | J=1, M \rangle &= F_M(q^2) \epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} S_\mu^{(M)} P_\nu q_\rho \\ \langle J'=0, M'=0 | J_\lambda^A(0) | J=1, M \rangle &= F_A(q^2) S_\lambda^{(M)} + F_P(q^2) q_\lambda S_\mu^{(M)} q_\mu + F_T(q^2) P_\lambda S_\mu^{(M)} q_\mu \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Par l'hypothèse C.V.C., le facteur de forme faible $F_M(q^2)$ est relié au facteur de forme de la transition magnétique $M1$ à l'état excité de 3,56 MeV qui est l'analogue isobarique de l'état fondamental de l'hélium 6 :

$$F_M(q^2) = \sqrt{2} F_M^{e.l.m.}(q^2)$$

$F_M^{e.l.m.}(0)$ est déterminé par la largeur de désintégration γ :

$$\Gamma_\gamma = 16 \alpha \bar{m}^2 \Delta^{*3} |F_M^{e.l.m.}(0)|^2 \quad (V.12)$$

avec

$$\alpha = \frac{1}{137} \quad \text{et} \quad \Delta^* = 3,56 \text{ MeV}$$

Aux moments de transfert correspondant aux deux réactions (V.8), sa valeur est donnée par la diffusion inélastique d'électrons excitant le niveau de 3,56 MeV :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e,e') = \frac{1}{3} \alpha^2 \frac{2\bar{m}^2}{E_e^2} \left(1 + \frac{2E_e}{\bar{m}} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{-1} \frac{1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} |\vec{q}|^2 |F_M^{e.l.m.}(q^2)|^2 \quad (V.13)$$

où E_e est l'énergie de l'électron incident qui est reliée à q^2 par la formule $q^2 \approx 2 E_e (E_e - \Delta^*) (1 - \cos \theta)$.

Le facteur de forme axial dominant est calculé à l'aide du ft de la désintégration ${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} + e^- + \bar{\nu}_e$:

$$|F_A(0)|^2 = \frac{1}{3} \frac{2\pi^3 \text{Log } 2}{G^2 m_e^5 \text{ft}} \quad (V.14)$$

Faute d'autres sources d'informations, nous postulons les hypothèses supplémentaires (cf. IV.16-17) :

$$F_A(q^2)/F_A(0) \approx F_M(q^2)/F_M(0) \quad F_P(q^2) \approx -F_A(q^2)/(q^2 + m_\pi^2) \quad (V.15)$$

Nous allons en tester la validité en approximation d'impulsion en utilisant divers modèles nucléaires. Nous écrivons les relations analogues à (IV.13 et 15) entre facteurs de forme invariants et multipôles des courants à un corps :

$$F_M(q^2) = \frac{1}{2\bar{m}|\vec{q}|} \sqrt{\frac{3}{2}} M^1 \equiv \frac{1}{2\bar{m}|\vec{q}|} \sqrt{\frac{3}{2}} \left[g_V \left[\frac{i\pi}{m_p} \right]^{11} + g_M \frac{|\vec{q}|}{2m_p} \sqrt{\frac{2}{3}} \left([\sigma]^{10} - \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma]^{1,2} \right) \right]$$

$$F_A(q^2) = -g_A \left([\sigma]^{10} - \frac{1}{\sqrt{2}} [\sigma]^{1,2} \right) \quad (V.16)$$

$$F_P(q^2) = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{|\vec{q}|^2} \left[g_A [\sigma]^{1,2} - g_P \frac{|\vec{q}|^2}{m_\pi^2} \frac{\sqrt{2}}{3} ([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2}) \right] \quad (\text{V.16 suite})$$

$$F_T(q^2) = \frac{-\sqrt{3}}{2m|\vec{q}|} \left[g_A \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi}}{m_\pi} \right]^1 + (g_A - 2m_\pi g_T) \frac{|\vec{q}|}{2m_\pi} \sqrt{\frac{4}{3}} ([\sigma]^{1,0} + \sqrt{2} [\sigma]^{1,2}) \right] + \frac{q_0}{2m|\vec{q}|^2} \frac{3}{\sqrt{2}} g_A [\sigma]^{1,2}$$

Nous avons déjà montré que la justification des hypothèses (V.15) est liée à la possibilité de négliger les multipôles $[\sigma]^{1,2}$ et $[\frac{i\pi}{m}]^{1,1}$ (il n'est pas nécessaire de tenir compte des faibles différences de variation entre g_M et g_A). Nous avons utilisé les travaux de LODDER⁽⁴⁰⁾ qui a testé la sensibilité du taux de capture muonique à des modèles nucléaires variés. Tous les modèles en "amas" conduisent à des valeurs nulles ou très faibles pour les deux multipôles. Le modèle en couches avec des fonctions d'onde d'oscillateur harmonique donne des valeurs un peu plus élevées qui varient suivant les mélanges de configurations essayés. Nous utilisons les valeurs extrêmes pour fixer la précision avec laquelle les hypothèses (V.15) sont vérifiées. On trouve que l'incertitude sur la première varie entre 2 % et 4 % quand q^2 passe de $q^2 = 0,521 m_\pi^2$ à $q^2 = 0,922 m_\pi^2$ alors que la seconde est satisfaite à 5 % près à $q^2 = 0,521 m_\pi^2$. Il est clair que ces résultats favorables sont dûs à la pureté des fonctions d'onde des deux états, la configuration $L = 0$ étant largement dominante en couplage L-S. La méthode globale offre donc dans notre cas particulier la possibilité d'une évaluation à peu près indépendante d'un modèle malgré le manque d'informations sur $F_A(q^2)$ et $F_P(q^2)$. Il faut toutefois remarquer que nous n'avons pas tenté d'étudier l'influence des effets d'échange qui demeurent la principale source d'incertitude sur la validité de (V.15).

Passant à l'évaluation numérique des facteurs de forme, nous utilisons les données expérimentales suivantes :

$$\Gamma_\gamma = (8,95 \pm 1,9 \pm 1,4) \text{ eV} \quad (41) \quad \hbar t = (796,7 \pm 4,9) \text{ s} \quad (42)$$

ainsi que la variation de $F_M(q^2)$ déterminée par le groupe de Saskatchewan⁽⁴³⁾:

$$F_M(q^2) = F_M(0) (1 - 0,16 |\vec{q}|^2 a_p^2) e^{-\frac{5}{24} |\vec{q}|^2 a_p^2} g_V(q^2)$$

$$\text{avec } a_p = (1,99 \pm 0,11) \text{ fm}$$

Nous en déduisons :

$$F_A(0) = 1,617 \pm 0,005$$

$$2\bar{m} m_\pi F_M(0) = 0,515 \pm 0,050$$

$$F_A(0,521 m_\pi^2) = 1,05 \pm 0,06$$

$$2\bar{m} m_\pi F_M(0,521 m_\pi^2) = 0,335 \pm 0,040$$

$$F_A(0,922 m_\pi^2) = 0,735 \pm 0,080$$

$$m_\pi^2 F_P(0,521 m_\pi^2) = -(0,69 \pm 0,05)$$

L'incertitude indiquée tient compte à la fois de la précision des données expérimentales et de l'erreur possible entraînée par les hypothèses (V.15). Négligeant la possibilité d'effets de deuxième classe ($g_T = 0$), nous évaluons le terme correctif F_T par l'approximation d'impulsion :

$$2\bar{m} m_\pi F_T(0,521 m_\pi^2) \approx (2,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$$

Le taux de la capture muonique est calculé par les méthodes habituelles qui donnent le résultat suivant :

$$\Gamma^{(\mu)} = \frac{G^2}{6\pi^2} C_\mu (Z\alpha m'_\mu)^3 E_\nu^2 \left(1 + \frac{m_\mu}{\bar{m}}\right)^{-1} \left\{ 2(F_A + 2\bar{m} E_\nu F_M)^2 + (F_A + E_\nu m_\mu F_P + 2\bar{m} E_\nu F_T)^2 \right\} \quad (V.17)$$

où $Z = 3$; m'_μ et E_ν ($\approx 100,7$ MeV) sont la masse réduite du muon et l'énergie du neutrino émis. C_μ représente la réduction de la densité de muons au centre du noyau par suite de l'étendue de la charge nucléaire. Suivant PRIMAKOFF⁽¹⁴⁾, nous avons pris $C_\mu = 0,928$. Nous obtenons finalement :

$$\Gamma^{(\mu)} = (1,38 \pm 0,16) \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

ce qui se compare favorablement à la mesure du groupe de LOUVAIN⁽⁴⁴⁾ :

$$\Gamma^{(\mu)} = (1,60^{+0,33}_{-0,12}) \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

Avant de calculer la probabilité de capture radiative des pions, il est nécessaire d'extrapoler l'amplitude (V.10) qui est valable pour $m_\pi = 0$ jusqu'à la valeur physique de la masse ($m_\pi = 140$ MeV). Une méthode systématique de calcul des termes correctifs a été récemment mise au point⁽³⁹⁾. La limite des pions mous (éq. V.10) est interprétée comme l'amplitude de Born,

la principale correction étant constituée par la distorsion de la fonction d'onde du pion par les interactions fortes pion-noyau. Dans les noyaux légers, on peut rendre compte de cet effet par un simple facteur multiplicatif C_π déterminé par un calcul de potentiel optique⁽⁴⁵⁾. Ajoutant d'autres corrections mineures, l'amplitude physique s'écrit :

$$T^{(\pi\gamma)} \approx \mathcal{M} \frac{1,25 e_\gamma \sqrt{C_\pi}}{f_\pi} \langle {}^6\text{He} | J_\lambda^A(0) | {}^6\text{Li} \rangle \varepsilon_\lambda \delta(p' + k - p - p_\pi) \quad (\text{V.18})$$

Dans le système de Breit et la jauge $\epsilon_0 = 0$, F_P et F_T ne contribuent pas au taux de transition. Il vient alors :

$$\Gamma^{(\pi\gamma)} \approx \frac{(1,25 e_\gamma)^2}{6\pi^2 f_\pi^2} C_\pi (Z\alpha m'_\pi)^3 k \left(1 - \frac{m_\pi}{4m}\right) [F_A(0,922 m_\pi^2)]^2 \quad (\text{V.19})$$

Avec $k = 135,6 \text{ MeV}$ et $C_\pi = 0,654$ (ce nombre⁽⁴⁶⁾ inclut les effets de distorsion et de charge étendue sur la fonction d'onde du pion), on trouve le résultat :

$$\Gamma^{(\pi\gamma)} = (2,0 \pm 0,4) \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Ce nombre n'est pas comparable directement à l'expérience, car la quantité mesurée est le taux de branchement R de la réaction (V.8) par rapport à l'ensemble des réactions possibles. Si on suppose que toutes les captures observées ont lieu à partir de l'orbite $1s$, on obtient $R = \Gamma^{(\pi\gamma)} / \Gamma_{1s}^{(\pi)} \approx 1,05 \cdot 10^{-2}$, connaissant la largeur totale $\Gamma_{1s}^{(\pi)}$ de l'état s (nous avons utilisé le chiffre théorique⁽⁴⁶⁾ qui est en accord avec la valeur expérimentale⁽⁴⁷⁾). La valeur mesurée⁽⁴⁴⁾ est $R = (1,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-2}$, mais il est certain qu'environ les deux tiers des captures ont lieu avant que les pions aient atteint l'orbite $1s$. Toute conclusion est donc prématurée avant que l'expérience soit reprise avec identification de l'orbite de capture.

CONCLUSION

La méthode globale a été appliquée avec succès dans les dernières années à l'étude de diverses réactions. En particulier, on a pu retrouver avec une bonne précision les résultats expérimentaux sur la capture des muons dans ^3He , ^6Li , ^{12}C et ^{16}O (12-15). L'accord avec l'expérience a été interprété par les auteurs comme une vérification sur les noyaux des hypothèses P.C.A.C. et C.V.C. introduites de prime abord en théorie des particules élémentaires. De même, le calcul du rapport de Panofsky dans ^3He (rapport de la capture radiative des pions à la réaction d'échange de charge) constitue la meilleure application à un processus nucléaire des théorèmes de basse énergie déduits des algèbres des charges et des courants (39). D'autres réactions seront certainement étudiées dans un proche avenir, en particulier la photoproduction des pions. Tous les résultats de ces calculs théoriques sont présentés comme à peu près indépendants des problèmes de structure nucléaire. Une telle description, si elle était généralement possible, présenterait un immense intérêt non seulement au point de vue de la vérification des hypothèses fondamentales, mais aussi pour les études de physique nucléaire. Il suffit de penser au rôle que peut jouer la capture radiative des pions dans l'excitation d'états de la résonance géante (48, 49).

Il nous a donc semblé important d'établir un formalisme général permettant de traiter n'importe quelle transition. D'autre part, comme nous l'avons précisé plus haut, on a pallié jusqu'à présent le manque d'informations expérimentales sur certains facteurs de forme par diverses hypothèses établies sur une base plutôt intuitive et dont on ne connaissait pas les limites exactes. Il était donc essentiel d'en tester la validité et de vérifier si la portée des résultats obtenus par les méthodes globales était réellement générale et indépendante de tout modèle.

Nous avons montré que, sauf lorsque les spins sont petits (ce qui est le cas des transitions énumérées plus haut), le nombre des facteurs de forme est trop élevé pour qu'on puisse espérer les déduire tous des données expérimentales et des hypothèses théoriques. Dans le cas où seuls les multipôles les plus bas sont importants, on n'a qu'un petit nombre de facteurs de forme dominants qui peuvent être déterminés directement, les autres pouvant être traités comme des corrections. D'autre part, il est apparu clairement que l'hypothèse cruciale utilisée dans bien des analyses, qui stipule des variations identiques pour les facteurs de forme axiaux et magnétiques, n'est satisfaite en approximation d'impulsion que si on néglige la contribution aux F_M du mouvement orbital. Le rôle des courants d'échange reste encore à élucider puisqu'on sait que les opérateurs correspondants ont une structure très différente pour les courants vectoriels et axiaux ⁽¹⁰⁾. Cette restriction peut devenir essentielle à moment de transfert élevé, sans qu'on puisse fixer une valeur de q^2 en dessous de laquelle les effets d'échange seraient négligeables. On peut seulement espérer que pour $q^2 \lesssim m_\pi^2$, l'effet de la taille nucléaire est à peu près le même pour les deux types de facteurs de forme. Il faut remarquer que notre technique permet d'inclure facilement les modifications dues aux corrections d'échange et d'étudier dans un modèle nucléaire leur influence sur la variation des facteurs de forme. Nous avons également prouvé que la dominance des facteurs de forme pseudoscalaire par le pôle du pion, n'est vérifiée que si on peut négliger les multipôles axiaux autres que le plus bas. En effet, ces facteurs de forme ne sont " purs " qu'à cette condition qui est approximativement satisfaite pour les transitions citées ci-dessus. En particulier, la prédominance des moments orbitaux $l = 0$ dans la fonction d'onde de l'hélium 3 et $L = 0$ dans le lithium 6 (en couplage L-S) assure que les ondes d ont une contribution négligeable devant celle des ondes s. Il faut être beaucoup plus prudent pour les noyaux qui présentent un important mélange de configurations. Notre méthode fournit enfin le moyen de calculer les facteurs de forme correctifs par l'approximation d'impulsion (de tels facteurs de forme n'existent pas dans le cas de la transition ${}^3\text{He} - {}^3\text{H}$). Notre manière de traiter l'ensemble de ces questions a été illustrée par l'étude de la capture des muons et des pions dans le lithium 6. Il ne faut toutefois pas perdre de vue le fait que les limitations que nous ve-

nons d'énoncer ne constituent pas un obstacle de principe pour la méthode globale mais proviennent simplement du manque provisoire de résultats expérimentaux.

Nous rappelons qu'une alternative à notre technique est offerte par le formalisme multipolaire de GALINDO et PASCUAL ⁽¹⁵⁾. Nous pensons cependant que leur méthode est moins adaptée que la nôtre à la détermination des termes dominants. Leurs facteurs de forme sont en effet plus mélangés par rapport aux contributions des nucléons. Les expressions (IV.10) montrent que tous les multipôles contiennent un pôle de pion (en g_P) alors que celui-ci ne se retrouve que dans un seul type de nos facteurs de forme (type F_P). Il est alors difficile de relier la variation des multipôles axiaux à celle des magnétiques ainsi que de faire une hypothèse de dominance par ce pôle pour un terme particulier. Nous mentionnons également la possibilité de principe d'écrire des relations de dispersion pour nos facteurs de forme (une fois résolu le problème de pôles éventuels d'origine cinématique). Etant donné nos connaissances actuelles des parties imaginaires, ces relations ne sont pas réellement exploitables et ne constituent pas un avantage important sur le formalisme multipolaire.

D'un point de vue plus général, la méthode globale fournit une manière simple (au moins pour des spins assez petits) de tenir compte des exigences de la covariance sous le groupe de Lorentz et les transformations d'isospin. Dans le cas symétrique d'une transition à l'intérieur d'un isomultiplet, nous avons pu ainsi obtenir les théorèmes intéressants du chapitre II sur la divergence des courants axiaux et vectoriels de première et deuxième classe. Dans les mêmes conditions, nous avons vu au chapitre IV que l'attribution d'une classe déterminée aux facteurs de forme invariants impliquait la nullité de certains multipôles. L'approximation d'impulsion conduit bien entendu aux mêmes règles de sélection mais la manière de les obtenir est loin d'être aussi évidente ⁽³⁴⁾. Même lorsque l'absence d'informations ne permet pas de l'utiliser pour une évaluation déterminée, la méthode globale peut donc fournir des indications précieuses quant aux implications de la covariance sur le résultat recherché. En particulier nous avons vu quel peut être le rôle de notre formalisme dans le problème controversé des courants de deuxième classe en désintégration β . Nous avons montré directement que

l'hypothèse de la conservation de ces courants implique que l'asymétrie entre les valeurs f_t des désintégrations miroirs est au moins linéaire dans l'énergie de transition. De même nous pouvons prévoir antérieurement à tout calcul certaines propriétés des corrections d'échange : par exemple, dans le système de Breit et le système du laboratoire, la composante de temps des vertex axiaux (de première et deuxième classe) est au moins d'ordre $|\vec{q}|$ pour une transition permise. Plus généralement, les hypothèses de conservation totale ou partielle des courants entraînent des relations simples entre facteurs de forme qui peuvent être traduites ensuite en termes de multipôles des courants à un ou plusieurs corps. Il est enfin possible dans les études de structure nucléaire, de paramétrer les résultats expérimentaux par les facteurs de forme qui permettent alors de tester différents modèles grâce aux relations établies au chapitre IV.

Il apparaît donc que la méthode globale et la méthode classique de l'approximation d'impulsion, loin de constituer deux pôles opposés, se complètent mutuellement. La première permet de tenir compte aisément des hypothèses fondamentales sur les courants alors que la seconde fournit les informations spéciales provenant de la structure composite des noyaux. Il est particulièrement intéressant d'utiliser une méthode mixte combinant les avantages des deux traitements, au moins tant que de nouvelles informations expérimentales ne permettent pas d'explorer par des techniques purement globales le champ si riche et si prometteur des interactions des noyaux avec les particules élémentaires.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 R.P.FEYNMAN et M.GELL-MANN
Phys.Rev., 109, 193 (1958)
- 2 S.S.GERSHTEIN et Y.B ZELDOVITCH
J.E.T.P. 29, 698 (1955) (Soviet Physics JETP 2, 576 (1957))
- 3 M. GELL-MANN et M.LEVY
Nuovo Cimento , 16, 705 (1960)
- 4 Y.NAMBU
Phys.Rev.Letters 4, 380 (1960)
- 5 M.GELL-MANN
Phys.Rev. 125, 1067 (1962)
- 6 S.L.ADLER et R.F.DASHEN
" Current Algebras ", W.A.Benjamin, Inc.N.Y. (1968)
- 7 M.GELL-MANN
Phys.Rev. 111, 362 (1958)
- 8 S.WEINBERG
Phys.Rev.112, 1375 (1958)
- 9 N.CABIBBO
" Particle symmetries " , Lectures in Brandeis University Summer
Institute in Theoretical Physics (Gordon and Breach New York, 1966)
- 10 M.CHEMTOB et A.LUMBROSO
Nucl.Phys. B 17, 401 (1970)

M.CHEMTOB et M.RHO
Nucl.Phys. A 163, 1 (1971)
- 11 S.J.BRODSKY et J.R.PRIMACK
Ann.Phys. (N.Y.) 52, 315 (1969)
- 12 A.FUJII et Y.YAMAGUCHI
Prog.Theoret.Phys. 31, 107 (1964)
- 13 W.DRECHSLER et B.STECH
Zeits.Phys. 178, 1 (1964)
- 14 C.W.KIM et PRIMAKOFF
Phys.Rev. 139 B, 1447 (1965)
Phys.Rev. 140 B, 566 (1965)
Phys.Rev. 180, 1502 (1969)

- 15 A.GALINDO et P.PASCUAL
Nucl.Phys. B 14, 37 (1969)
- 16 W.BÜHRING
Nucl.Phys. 40, 472 (1963) ; ibid. 49, 190 (1963) ; ibid. 61, 110 (1965)
B.STECH et L.SCHÜLKE
Zeits. Phys. 179, 314 (1964)
- 17 W.RARITA et J.SCHWINGER
Phys.Rev. 60, 61 (1941)
- 18 P.R.AUVIL et J.J.BREHM
Phys.Rev. 145, 1152 (1966)
- 19 M.D.SCADRON et H.F.JONES
Phys.Rev. 173, 1734 (1968)
- 20 SUH URK CHUNG
" Spin Formalisms ", Lectures given in the Academic Training Programme of CERN 1969-1970 - CERN 71-8 (1971)
- 21 C.FRONSDAL
Nuovo Cimento Suppl. 9, 416 (1958)
- 22 M.FROISSART et R.OMNES
" High Energy Physics " (Gordon and Breach, New York, 1965) p.113
- 23 P.MOUSSA et R.STORA
" Methods in Subnuclear Physics " (Gordon and Breach, New York, 1968) p.265 (volume II)
- 24 M.HAMERMESH
" Group Theory " , Addison-Wesley, Reading (1962)
- 25 P.ROMAN
" Theory of Elementary Particles ", North Holland Publishing Company, Amsterdam (1964)
- 26 M.A.B.BEG et J.BERNSTEIN
" Second class Currents : some model independent considerations and conclusions " Rapport NYO - 4204-25 (1971)
- 27 L.DURAND, P.C.DE CELLES et R.MARR
Phys.Rev. 126, 1882 (1962)
- 28 H.JOOS
Fortschr.Phys. 10, 65 (1962)
- 29 M.E.ROSE
" Elementary Theory of Angular Momentum " Wiley and Sons Inc. New York (1957)
- 30 F.J.YNDURAIN
" Analytic form factors for vertices with any spin " Preprint CERN TH.951 (1968)
- 31 D.H.WILKINSON
Phys.Lett. 31 B, 447 (1970)
D.H.WILKINSON et D.E.ALBURGER
Phys.Rev.Letters 24, 1134 (1970)

- 32 H.J.LIPKIN
Phys.Letters 34 B, 202 (1971)
J.DELORME et M.RHO
Phys.Letters 34 B, 238 (1971)
L.WOLFENSTEIN et E.HENLEY
Phys.Letters 36 B, 28 (1971)
- 33 A.FUJII et H.PRIMAKOFF
Nuovo Cimento 12, 327 (1959)
- 34 B.HOLSTEIN
Phys.Rev. C 3, 740 (1971)
- 35 D.H.WILKINSON et D.E.ALBURGER
Phys.Rev.Lett. 26, 1127 (1971)
- 36 J.DELORME et M.RHO
Nucl.Phys. B 34, 317 (1971)
- 37 C.W.KIM
Phys.Letters 34 B, 383 (1971)
- 38 J.DELORME
Nucl.Phys. B 19, 573 (1970)
- 39 M.ERICSON et A.FIGUREAU
Nucl.Phys. B 11, 621 (1969)
A.FIGUREAU
Thèse, Université de Lyon (1970)
- 40 A.LODDER
Thèse, Université libre d'Amsterdam (1966)
A.LODDER et C.C.JONKER
Phys.Letters 15, 245 (1965)
- 41 L.COHEN et R.TOBIN
Nucl.Phys. 14, 243 (1959)
S.SKORKA, R.HÜBNER, T.W.RETZ-SCHMIDT et H.WAHL
Nucl.Phys. 47, 417 (1963)
- 42 J.K.BIENLEIN et F.PLEASANTON
Nucl.Phys. 37, 529 (1962)
- 43 R.M.HUTCHEON, T.E.DRAKE, V.W.STOBIE, G.A.BEER et H.S.CAPLAN
Nucl.Phys. A 107, 266 (1968)
- 44 J.P.DEUTSCH, L.GRENACS, P.IGO-KEMENES, P.LIPNIK et P.C.MACQ
Phys.Letters 26 B, 315 (1968)
- 45 M.KRELL et T.E.O.ERICSON
Nucl.Phys. B 11, 521 (1969)
- 46 T.E.O. ERICSON
Communication privée.

- 47 R.J.HARRIS Jr., W.B.SHULER, M.ECKHAUSE, R.T.SIEGEL et
R.E.WELSH
Phys.Rev.Letters 20, 505 (1968)
- 48 J.DELORME et T.E.O.ERICSON
Phys.Letters 21, 98 (1966)

D.ANDERSON et J.EISENBERG
Phys. Letters 22, 164 (1966)
- 49 J.BISTIRLICH, K.CROWE, A.PARSONS, P.SKAREK,
et P.TRUOEL
Phys.Rev.Letters 25, 689 (1970)

TABLE DES MATIERES

	Pages
<u>CHAPITRE I - INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE II - DECOMPOSITION DE LA FONCTION DE VERTEX</u> <u>D'UN COURANT EN FACTEURS DE FORME INVARIANTS</u>	8
I - Définitions	8
II - Construction explicite des fonctions d'onde de spin ..	10
III - Construction d'une base de fonctions vectorielles sous le groupe de Lorentz propre	15
IV - Action des symétries discrètes	23
V - Action de la transformation G : division en courants de première et deuxième classes	28
VI - Forme explicite du développement des vertex vectoriels et axiaux	33
VII - Conséquences des hypothèses C.V.C. et P.C.A.C. ..	38
<u>CHAPITRE III - RELATION ENTRE LE FORMALISME DE RARITA-SCHWINGER ET LE FORMALISME MULTIPOLAIRE</u> ..	43
I - Détermination des matrices K et $\bar{K}$	48
II - Etude des matrices K^{-1} et $\bar{K}^{-1}$	56
<u>CHAPITRE IV - RELATION ENTRE FACTEURS DE FORME ET APPROXIMATION D'IMPULSION</u>	64
I - Etude d'une transition $J'=2, J=1$	69
II - Etude d'une transition $J=J'=1$ avec $\eta_P \eta'_P = +1$...	77
III - Considérations générales sur une transition quelconque	80

<u>CHAPITRE V - APPLICATIONS</u>	83
I - Traitement global des courants axiaux de deuxième classe	83
II - Etude de la transition ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^6\text{He}$ par capture de muons et capture radiative de mésons π	88
CONCLUSION	94
BIBLIOGRAPHIE	98

Vu :

les Membres du Jury

A. SARAZIN
Mme M. ERICSON
G. PHILBERT
J. PRENTKI
M. RHO
D. H. WILKINSON

Vu et Approuvé :

le Directeur de l'U.E.R.
de Physique Nucléaire.

A. SARAZIN

Vu et accordé le Permis d'Imprimer

Lyon, le 3 février 1972

le Président de l'Université Claude Bernard

J. BOIDIN

